



# Robot Bípede

Relatório do Trabalho Final de Curso - 401

Nelson Gonçalves, nº 45232

Pedro Silva, nº 45258

Lisboa, Portugal

9 de Setembro de 2002

*"E, no entanto move-se", Galileo Galilei*

## Orientador

Professor João Sequeira.

email: [jseq@isr.ist.utl.pt](mailto:jseq@isr.ist.utl.pt)

<http://isr.ist.utl.pt/~jseq>

## Departamento e Instituição

Departamento Engenharia Electrotécnica e Computadores, Instituto Superior Técnico.



Este trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Robótica Móvel, do Instituto de Sistemas e Robótica





## Agradecimentos

Em primeiro lugar queremos agradecer ao nosso orientador, o professor João Sequeira, pela oportunidade que nos foi dada ao realizarmos este trabalho. O apoio nas diversas fases do trabalho, e o incentivo a uma opinião crítica da nossa parte em relação ao trabalho, foram essenciais.

De seguida, ao Laboratório de Robótica Móvel do Instituto de Sistemas e Robótica (ISR), pelas excelentes condições de trabalho proporcionadas. Sem elas, este trabalho teria sido certamente mais penoso e árduo. Um especial agradecimento ao Eng<sup>o</sup> Alberto Vale pela preciosa ajuda que deu na resolução de todos (e não foram poucos) problemas informáticos.

Não podemos esquecer também os nossos colegas de curso pelo bom ambiente proporcionado. Em especial ao Nuno Paulino e ao Guilherme Libório, companheiros de aventura aqui no ISR. O Rodolfo Ripado, embora em França, também deve de ser lembrado por todos os bons momentos passados e por nos ter apresentado à Portugália.

Finalmente, mas em primeiro na importância, as nossas famílias que sempre nos apoiaram e incentivaram durante todo o curso. O Nelson Gonçalves agradece em especial aos avós, ao avô Perto pelo "bichinho" das engenharia e ao avô Longe pelo exemplo de vida e de determinação.



## Resumo

Este trabalho foi desenvolvido com o objectivo de estudar a locomoção bípede. Foram estudadas duas estruturas cinemáticas semelhantes ao ser humano. Investigaram-se dois modos de andar: um quasi-dinamicamente estável e outro estaticamente estável. Para as duas estruturas e os dois tipos de andar foram estudadas a cinemática e a estabilidade.

Uma dificuldade do estudo de robots bípedes, resulta da complexidade do comportamento dinâmico do robot à medida que se vão introduzindo mais graus de liberdade. Uma solução para este problema é apresentada neste trabalho. Esta abordagem consiste na separação do modelo completo, em modelos mais simples e modelando a interacção entre os modelos.

Foi também estudado o comportamento dinâmico das duas estruturas, em termos dos binários e velocidades de juntas necessários, para a implementação de cada um dos andares nas duas estruturas.

**Palavras Chave:** Cinemática, Locomoção Bípede, Dinâmica, Controlo



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Contexto Tecnológico</b>	<b>5</b>
2.1	Locomoção Estaticamente Estável . . . . .	6
2.2	Locomoção Quasi-Dinamicamente Estável . . . . .	6
2.3	Locomoção Passiva . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Estruturas Cinemáticas</b>	<b>9</b>
3.1	Estruturas Cinemáticas Consideradas . . . . .	9
3.2	Cinemática Directa . . . . .	10
3.3	Cinemática Inversa . . . . .	12
3.4	Distribuição das Massas no Robot Bípede . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Modos de Andar</b>	<b>17</b>
4.1	Andar <i>MoonWalking</i> . . . . .	18
4.2	Andar Humano . . . . .	20
4.3	Simulação Cinemática dos Modos de Andar . . . . .	21
4.3.1	Simulação Cinemática do Andar <i>MoonWalking</i> . . . . .	21
4.3.2	Simulação Cinemática do Andar Humano . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Estabilidade Durante o Andar</b>	<b>29</b>
5.1	Medidas de Estabilidade Estáticas . . . . .	30
5.2	Medidas de Estabilidade Dinâmicas . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Dinâmica do Robot Bípede</b>	<b>39</b>
6.1	Solução Proposta . . . . .	39
6.1.1	Obtenção do Modelo . . . . .	41
6.1.2	Modelação da Reacção Normal . . . . .	43
6.1.3	Modelação do Impacto . . . . .	43

<b>7</b>	<b>Controlo do Andar</b>	<b>47</b>
7.1	Redes de Petri Utilizadas . . . . .	48
7.2	Tipo de Controlador de Juntas Usado . . . . .	49
<b>8</b>	<b>Simulação dos Modelos Dinâmicos</b>	<b>53</b>
8.1	Simulação Dinâmica do <i>Moonwalking</i> . . . . .	54
8.1.1	Situação Ideal . . . . .	54
8.1.2	Situação Real . . . . .	55
8.2	Simulação Dinâmica do Andar Humano . . . . .	57
8.2.1	Situação Ideal . . . . .	58
8.2.2	Situação Real . . . . .	59
<b>9</b>	<b>Conclusões</b>	<b>67</b>
9.1	Trabalho futuro . . . . .	68
<b>A</b>	<b>Estrutura Joelhos de Revolução</b>	<b>71</b>
A.1	Matrizes de Transformação . . . . .	71
A.2	Equações da Cinemática Inversa . . . . .	72
<b>B</b>	<b>Estrutura com Joelhos Prismáticos</b>	<b>75</b>
B.1	Matrizes de Transformação . . . . .	75
B.2	Equações da Cinemática Inversa . . . . .	76
<b>C</b>	<b>Exemplos do Ponto <math>F</math></b>	<b>79</b>
C.1	Configuração Estacionária . . . . .	79
C.2	Configuração Dinâmica Estável . . . . .	80
C.3	Configuração Dinâmica Instável . . . . .	81
C.4	Conclusões . . . . .	82
<b>D</b>	<b>Derivação de Algumas Expressões</b>	<b>83</b>
D.1	Coordenadas do Ponto $F$ . . . . .	83
D.2	Modelação da Rotação do Corpo do Robot . . . . .	84
D.3	Reacção Normal do Chão . . . . .	85
D.4	Expressão do termo de Robustez no Controlador Particionado . . . . .	85

# Lista de Figuras

1.1	Fluxograma do trabalho . . . . .	3
2.1	Bípede de Chebyshev . . . . .	5
3.1	Bípede com joelhos de revolução . . . . .	10
3.2	Bípede com joelhos prismáticos . . . . .	11
3.3	Definição dos ângulos de junta . . . . .	11
3.4	Referenciais da estrutura com joelhos de revolução . . . . .	12
3.5	Referenciais da estrutura com joelhos prismáticos . . . . .	12
3.6	Definição dos centros de massa na estrutura de revolução . . . . .	15
3.7	Definição dos centros de massa na estrutura prismática . . . . .	15
4.1	Andar <i>MoonWalking</i> . . . . .	19
4.2	Andar Humano . . . . .	20
4.3	Oscilação da cintura durante o <i>MoonWalking</i> . . . . .	23
4.4	Movimento da cintura durante o <i>MoonWalking</i> . . . . .	23
4.5	Rotação do bípede . . . . .	24
4.6	Oscilação da cintura durante o andar Humano . . . . .	26
4.7	Movimento da cintura durante o andar humano . . . . .	27
5.1	Polígonos de suporte . . . . .	30
5.2	Polígonos de suporte durante o <i>Moonwalking</i> . . . . .	30
5.3	Margem de estabilidade durante <i>MoonWalking</i> . . . . .	31
5.4	Força necessária para desequilibrar o robot . . . . .	32
5.5	Força para desequilibrar o robot durante <i>MoonWalking</i> . . . . .	32
5.6	Distância do ZMP ao polígono de suporte <i>MoonWalking</i> . . . . .	34
5.7	Variação do ZMP durante o andar humano . . . . .	35
5.8	Cálculo da localização do ponto F . . . . .	36
6.1	Modelação proposta do robot bípede . . . . .	42
6.2	Modelação da reacção normal . . . . .	43
6.3	Modelação do impacto do pé de balanço com o chão . . . . .	44

7.1	Rede de Petri do <i>Moonwalking</i> . . . . .	48
7.2	Rede de Petri do andar humano . . . . .	49
7.3	Esquema de controlo das juntas . . . . .	50
8.1	Binários aplicados nas juntas das ancas durante o <i>MoonWalking</i> . . . . .	55
8.2	Binários aplicados nas juntas dos joelhos durante o <i>MoonWalking</i> . . . . .	55
8.3	Binários aplicados nas juntas dos tornozelos durante o <i>MoonWalking</i> . . . . .	56
8.4	Ângulo de rotação da cintura durante o <i>MoonWalking</i> para a estrutura de revolução . . . . .	57
8.5	Ângulo de rotação da cintura durante o <i>MoonWalking</i> para a estrutura prismática . . . . .	58
8.6	Margem de estabilidade durante o <i>MoonWalking</i> para a estrutura de revolução . . . . .	59
8.7	Margem de estabilidade durante o <i>MoonWalking</i> para a estrutura prismática . . . . .	60
8.8	Distância do ZMP ao polígono de suporte, durante o <i>MoonWalking</i> para a estrutura de revolução . . . . .	61
8.9	Distância do ZMP ao polígono de suporte, durante o <i>MoonWalking</i> para a estrutura prismática . . . . .	62
8.10	Binários aplicados nas juntas das ancas durante o andar humano . . . . .	62
8.11	Binários aplicados nas juntas dos joelhos durante o andar humano . . . . .	63
8.12	Binários aplicados nas juntas dos tornozelos durante o andar humano . . . . .	63
8.13	Ângulo de rotação da cintura durante o andar humano, para a estrutura de revolução . . . . .	64
8.14	Ângulo de rotação da cintura durante o andar humano, para a estrutura prismática . . . . .	64
8.15	Localização em $X$ do ponto F durante o andar humano, para a estrutura de revolução . . . . .	65
8.16	Localização em $X$ do ponto F durante o andar humano, para a estrutura prismática . . . . .	65
C.1	Situação estacionária . . . . .	80
C.2	Situação dinâmica estável . . . . .	80
C.3	Situação dinâmica instável . . . . .	81

# Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros DH para a perna esquerda, da estrutura com joelhos de revolução	13
3.2	Parâmetros DH para a perna esquerda, da estrutura com joelho prismático	13
4.1	Dimensões do robot . . . . .	21
4.2	Parâmetros da simulação do <i>MoonWalking</i> . . . . .	21
4.3	Valores máximos dos ângulos de junta, durante o <i>Moonwalking</i> . . . . .	22
4.4	Valores máximos das velocidades de junta, durante o <i>Moonwalking</i> . . . . .	22
4.5	Parâmetros da simulação do andar humano . . . . .	25
4.6	Valores máximos dos ângulos de junta, durante o andar humano . . . . .	25
4.7	Valores máximos das velocidades de junta, durante o andar humano . . . . .	25
8.1	Parâmetros da simulação dinâmica do <i>Moonwalking</i> . . . . .	54
8.2	Amplitude das folgas das juntas e valores máximos para os binários no <i>Moonwalking</i> . . . . .	56
8.3	Parâmetros da simulação dinâmica do andar humano . . . . .	58
8.4	Amplitude das folgas das juntas e valores máximos para os binários no andar humano . . . . .	60



# Capítulo 1

## Introdução

Este trabalho integra-se na cadeira de Trabalho Final de Curso, e surge na sequência de trabalhos realizados na cadeira de robótica, realizada durante a licenciatura, onde foi estudada a teoria que serve de base a este trabalho. O objectivo do trabalho é estudar a locomoção bípede e apresentar uma ou mais estruturas que sejam capazes de se mover num plano sem se desequilibrarem.

São apresentadas duas estruturas cinemáticas a serem estudadas, ambas com seis graus de liberdade no total. Ambas são constituídas apenas por duas pernas e uma cintura rígida, não actuada, a ligar as duas pernas. A primeira estrutura apresenta três juntas de revolução por perna. Estas juntas podem ser associadas no ser humano à anca, joelho e tornozelo. A segunda estrutura difere da primeira na junta do joelho, que é substituída por uma junta prismática.

Sobre as estruturas foram estudados e implementados dois modos de andar. O primeiro foi desenvolvido como um primeira aproximação à locomoção bípede e foi inspirado na dança do Michael Jackson *Moonwalking*. Este andar tem a particularidade de ter sempre os dois pés em contacto com o chão, facto que garante uma maior estabilidade à locomoção. O segundo modo de andar foi inspirado no andar humano, pois as estruturas cinemáticas foram também inspiradas na estrutura das pernas humanas.

Os parâmetros dos dois modos de andar foram desenhados de acordo com medidas de estabilidade para a locomoção bípede, de modo a serem estáveis.

Para o estudo da dinâmica das duas estruturas apresentadas, utilizou-se uma estratégia do tipo *Divide-and-Conquer*. Nesta estratégia, separa-se o robot bípede em em dois manipuladores independentes, correspondentes às duas pernas, que cooperam entre si

para efectuar o movimento desejado.

Para controlar o robot foi usado um controlo a dois níveis. O primeiro nível, utilizando uma rede de Petri, gera as referências para cada perna efectuar baseado na configuração actual do robot. O segundo nível, actua directamente nas juntas do robot.

Por último foi estudado a perturbação do movimento face a erros nos sensores e também é feita uma análise dos actuadores envolvidos no movimento, de modo a determinar a possibilidade de implementação prática das estruturas.

O relatório está estruturado da seguinte forma:

O segundo capítulo faz uma introdução sobre o contexto tecnológico dos robots bípedes, a sua evolução ao longo do tempo.

No terceiro capítulo são apresentadas as duas estruturas cinemáticas que vão ser estudadas, e é definida a sua cinemática directa e inversa.

No quarto capítulo são descritos os dois modos de andar que são implementados nas duas estruturas, e é descrito o algoritmo que gera as referências para as diferentes juntas das estruturas. Neste capítulo apresenta-se também alguns resultados de simulações da cinemática das estruturas.

O quinto capítulo fala sobre a estabilidade dos robots bípedes, é definido o que se entende por estabilidade e são apresentadas diversas medidas de estabilidade estática e dinâmica. Neste capítulo é estudada a estabilidade dos modos de andar definidos no capítulo anterior.

No sexto capítulo estuda-se a dinâmica das duas estruturas, e são modeladas a reacção normal do chão e o impacto do pé com o chão.

O sétimo capítulo propõe um esquema de controlo para que o robot possa efectivamente realizar a locomoção bípede.

No oitavo capítulo apresentam-se os resultados da simulação dinâmica de cada uma das estruturas, realizando os dois tipos de andar propostos.

No nono capítulo são feitas as conclusões respeitantes a este trabalho.

Na figura 1.1 está um diagrama de blocos, esquematizando as etapas para que se obtenha uma locomoção bípede.

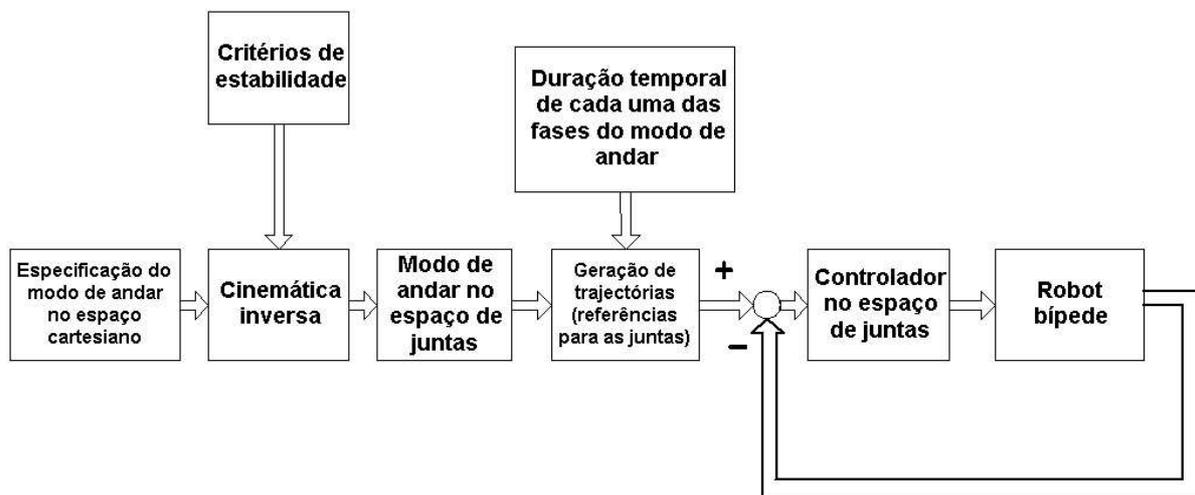


Figura 1.1: Fluxograma do trabalho



# Capítulo 2

## Contexto Tecnológico

O conceito de robots bípedes é antigo, podendo servir de exemplo a máquina idealizada pelo matemático russo Chebyshev no século XIX [1], que pode ser visto na figura 2.1. No entanto, durante um longo período a tecnologia existente não permitia a construção de um robot bípede devido a inúmeras dificuldades mecânicas. Os primeiros robots bípedes foram desenvolvidos por engenheiros mecânicos, como por exemplo o robot *Monroe*<sup>1</sup> desenvolvido na década de 70 na universidade de Tohoku no Japão.

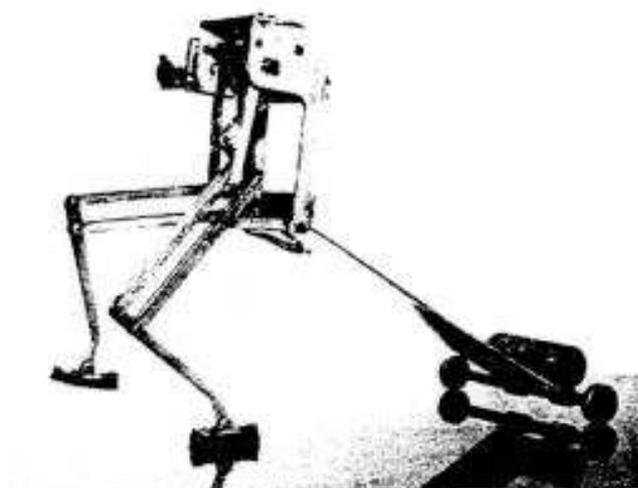


Figura 2.1: Bípede de Chebyshev

Com o desenvolvimento da tecnologia foi possível desenhar robots mecânicamente menos complexos, o que levou a uma grande ramificação de técnicas para implementar robots bípedes. Foi também possível estudar diferentes tipos de locomoção bípede, tal a locomoção de outros animais bípedes.

---

<sup>1</sup>Ver [http://www.mechatronics.mech.tohoku.ac.jp/~kumagai/research/monroe/biped\\_e.html](http://www.mechatronics.mech.tohoku.ac.jp/~kumagai/research/monroe/biped_e.html)

Os robots bípedes podem ser divididos em três grandes grupos, consoante o tipo de locomoção que implementam. Estas são:

- locomoção estaticamente estável
- locomoção quasi-dinamicamente estável
- locomoção passiva

## 2.1 Locomoção Estaticamente Estável

Neste tipo de locomoção o robot bípede move-se de forma a estar sempre em equilíbrio durante o andar. Para conseguir este tipo de andar, os robots desta classe têm geralmente pés grandes e movem-se lentamente. Um exemplo de um robot deste tipo pode ser encontrado em [2]. Também é possível obter este tipo de andar arrastando os pés pelo chão, obtendo-se assim dois apoios durante a locomoção.

Como este tipo de locomoção é estável, ou seja o robot não se desequilibra, permite que o robot tenha uma estrutura cinemática mais simples. O robot não necessita de utilizar motores muito fortes, pois não é necessário reagir rapidamente a uma situação de desequilíbrio. Por outro lado, o andar resultante é lento e apenas pode ser usado em terreno plano, o que limita a aplicação deste tipo de robots.

## 2.2 Locomoção Quasi-Dinamicamente Estável

Neste tipo de locomoção, o robot alterna durante o andar, uma locomoção estaticamente estável, com uma locomoção dinamicamente estável. Na locomoção dinamicamente estável o robot tem de estar permanentemente em movimento para não se desequilibrar.

Um exemplo deste tipo de locomoção é a locomoção usada pelos seres humanos. Durante parte do andar, os dois pés estão no chão o que proporciona uma grande estabilidade. Durante a outra parte do andar um pé está no ar, e se esta configuração se manter o ser humano desequilibra-se e cai. Este tipo de andar é mais robusto face a perturbações e pode ser usado em terrenos acidentados, mas também exige uma maior complexidade mecânica, e actuadores mais fortes.

A grande maioria dos robots bípedes tenta usar este tipo de locomoção. O exemplo mais conhecido é o robot *Asimo* da Honda. Nesta classe de robots bípedes, encontra-se um grande número de diferentes estruturas cinemáticas para implementar esta locomoção.

Uma estrutura possível usa apenas as pernas, mas cada perna tem geralmente 6 ou mais graus de liberdade [3]. As pernas neste tipo de robots assemelham-se a um manipulador com 6 juntas, o que confere uma grande liberdade de movimentos ao robot. Esta característica permite garantir estabilidade e se for necessário, recuperar de uma situação instável.

Uma outra estrutura usa pernas com um número menor de graus de liberdade por perna, geralmente 3. Mas faz uso de uma massa colocada na cintura, que é actuada de modo a equilibrar o robot [4, 5, 6]. Esta massa desempenha as funções do tronco nos seres humanos, servindo de contra-peso para compensar quaisquer desequilíbrios, que existam devido a perturbações exteriores, ou quando o robot tem apenas um pé no chão. Para que a utilização desta massa possa ser vantajosa, esta tem ter um valor elevado face ao peso total do robot. Acresce que os movimentos que esta massa sofre, têm uma amplitude elevada, quando comparados com os efectuados pelo tronco humano.

Uma estrutura alternativa, descrita em [7], faz uso destas duas estratégias. Este robot possui quatro juntas de revolução por perna, duas na anca e duas no tornozelo. Desta forma, por acção combinada das juntas da anca, e do tornozelo do pé que está apoiado no chão, consegue posicionar o tronco da mesma forma que as estruturas anteriores posicionam a massa do tronco.

A junta que nos humanos corresponde ao joelho, permite diminuir o tamanho da perna, quando esta tem de balançar, para a frente do pé que está no chão. Nos robots que implementam este tipo de locomoção, foram adoptadas várias soluções. A solução adoptada pela grande maioria dos robots, consiste em usar uma junta de revolução, imitando os seres humanos. Em [4], são usadas juntas prismáticas, que diminuem o tamanho da perna. A junta do joelho, apesar estar presente na grande maioria dos robots bípedes, não é indispensável sendo descrito em [7] um robot que não varia o comprimento da perna.

## 2.3 Locomoção Passiva

Este tipo de locomoção é conseguida sem utilizar actuadores. Os robots desta classe são uma cópia da estrutura cinemática da perna humana, e não têm qualquer tipo de actu-

adores. Para conseguir que o robot se mova, este é colocado numa plataforma inclinada e é-lhe dado um impulso inicial. A fonte de energia destes robots é a gravidade e o seu movimento é puramente mecânico, não existindo qualquer rejeição de perturbações.

Apesar da simplicidade destes robots, o movimento que produzem é muito semelhante ao humano [8]. Por esta razão são geralmente usados para estudar o andar humano, ajudando a gerar referências para outros robots executarem.

Algumas das ideias que são usadas para construir este tipo de robots, são também usadas em robots capazes de locomoção quasi-dinamicamente estável. Em [9] foi adicionada uma rótula ao joelho do robot, que impede a junta do joelho de rodar para fora. A junta do tornozelo foi substituída por uma mola, que têm a vantagem de absorver alguma energia do impacto do pé com o chão. No entanto, a junta do joelho não é actuada perdendo-se alguma liberdade na movimentação em terreno acidentado.

Os robots bípedes em geral usam apenas este tipo de locomoção durante algumas partes do andar, de modo a obter um movimento semelhante ao humano e também para reduzir o consumo de energia. No entanto, este tipo de locomoção é muito susceptível a perturbações e, com este tipo de locomoção não se consegue iniciar e terminar o andar, o que reduz muito a sua aplicabilidade.

# Capítulo 3

## Estruturas Cinemáticas

O objectivo do robot bípede estudado, é mover-se ao longo do plano sagital. Por esta razão as estruturas cinemáticas consideradas fazem uso apenas de duas pernas, ligadas entre si por um troço não actuado. Cada perna move-se num plano e portanto a estrutura cinemática de cada perna é semelhante a um manipulador planar.

Para efectuar um movimento é necessário posicionar o pé no plano sagital, pelo que a perna deve ter pelo menos duas graus de liberdade. No entanto é também necessário orientar o pé face ao chão, o que introduz a necessidade de mais um grau de liberdade. Se estes três graus de liberdade forem obtidos recorrendo juntas de revolução, a perna tem um estrutura cinemática semelhante à perna humana.

A estrutura da perna não tem no entanto, que ter a configuração da perna humana. Uma solução possível é usar duas juntas de revolução na anca e outras duas no tornozelo, não existindo uma junta equivalente ao joelho humano [7]. Uma outra estrutura possível consiste em usar um joelho prismático. Esta estrutura também vai ser estudada neste trabalho.

### 3.1 Estruturas Cinemáticas Consideradas

Foram consideradas duas estruturas cinemáticas:

1. Esta estrutura faz uso de três juntas de revolução, todas actuadas. Estas juntas correspondem no ser humano, à anca, joelho e tornozelo, respectivamente. A representação esquemática desta estrutura está na figura 3.1. Esta estrutura passa a ser

definida como a estrutura com joelhos de revolução, ou revolução.

2. Nesta estrutura substitui-se a junta de revolução do joelho, por uma junta prismática. Nesta estrutura todas as juntas são também actuadas. A representação esquemática desta estrutura está na figura 3.2. Esta estrutura passa a ser definida como a estrutura com joelhos prismáticos, ou prismática.

A partir deste momento defini-se, perna esquerda e perna direita do robot bípede, quando o robot é visto de frente.

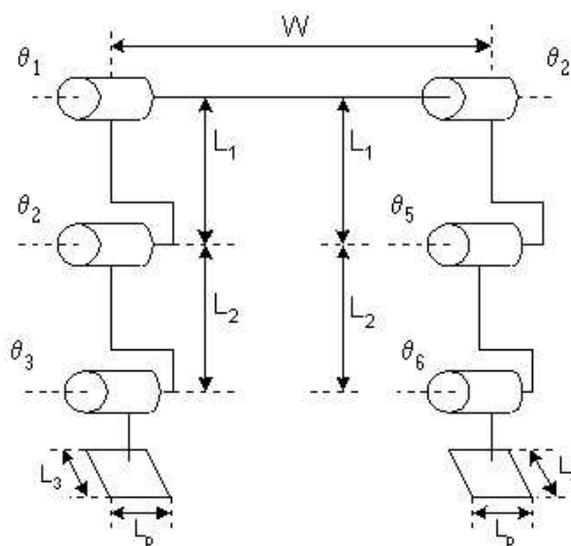


Figura 3.1: Esquema da estrutura com todas as juntas de revolução

## 3.2 Cinemática Directa

O referencial base do bípede está colocado na sua cintura, sendo os referenciais das pernas definidos em relação a este. No entanto, como o bípede se move no espaço é necessária uma transformação do referencial do mundo,  $\{0\}$ , para o referencial da cintura,  $\{C\}$ . Para o cálculo desta transformação assume-se que a orientação do referencial  $\{C\}$  não varia no referencial do mundo,  $\{0\}$ . Na realidade, durante o movimento é natural que a cintura tenha pequenas oscilações e se incline um pouco.

Desta forma, a transformação entre o referencial do mundo e o referencial da cintura resulta numa translação, (A.8) para a estrutura de revolução e (B.8) para a estrutura prismática. Nas figuras 3.1 e 3.2 estão definidos os referenciais para a estrutura de revolução e a para a estrutura prismática, respectivamente.

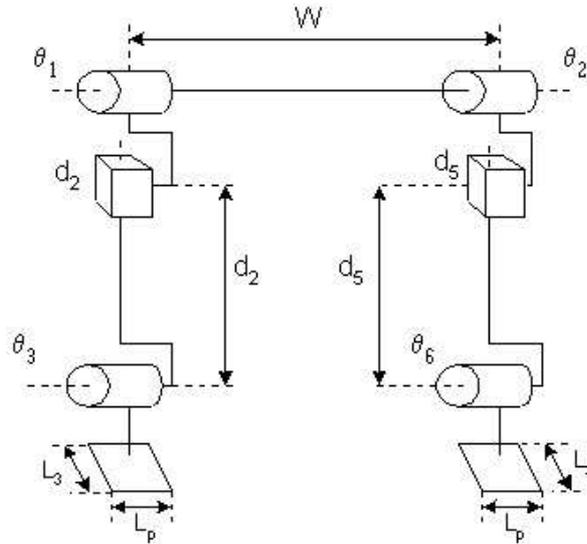


Figura 3.2: Esquema da estrutura com uma junta prismática no joelho

Os sentidos dos ângulos de junta, para ambas as estruturas, foram definidos como se mostra na figura 3.3.

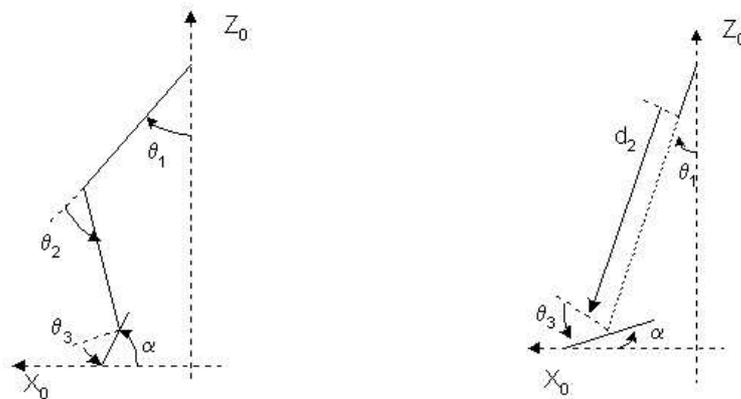


Figura 3.3: Sentidos positivos das variáveis de junta nas duas estruturas. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

Com base na definição dos referenciais, as transformações entre referenciais são obtidas usando a convenção Denavit-Hartenberg. Os parâmetros DH para cada uma das estruturas estão nas tabelas 3.1 e 3.2.

Nas tabelas estão definidos os parâmetros para a perna esquerda, para a perna direita os parâmetros têm a mesma forma. A única diferença é que  $d_1$  passa a ser  $-\frac{W}{2}$ , em ambas as estruturas.

Usando os parâmetros DH, obtém-se as transformações entre referenciais. As matrizes

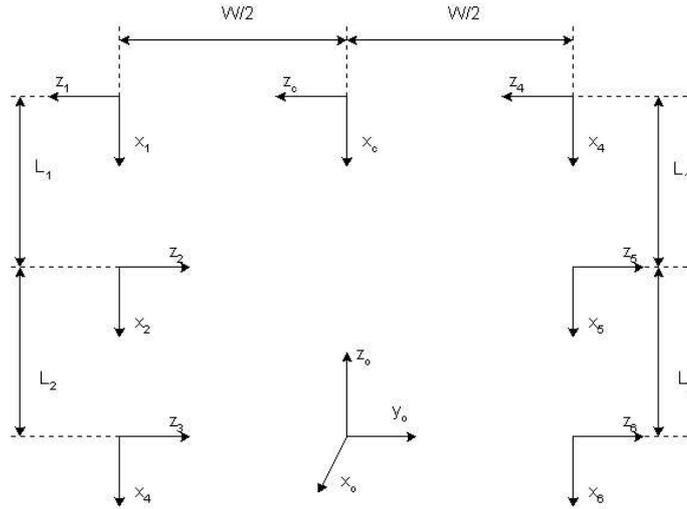


Figura 3.4: Referenciais de cada troço para a estrutura com juntas de revolução

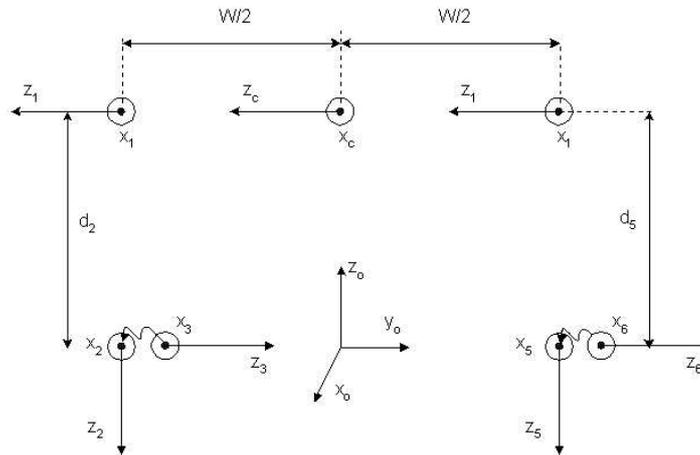


Figura 3.5: Referenciais de cada troço para a estrutura com joelhos prismáticos

que as traduzem encontram-se em anexo, (A.1) para a estrutura com joelhos de revolução e (B.1) para a outra estrutura.

### 3.3 Cinemática Inversa

Para o cálculo da cinemática inversa é necessário definir as variáveis do espaço de junta,  $\Theta$ , e as variáveis do espaço cartesiano,  $P$ .

As variáveis de junta e cartesianas, da estrutura com joelhos de revolução são (3.1). As

$i$	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$\frac{W}{2}$	$\theta_1$
2	$L_1$	$\pi$	0	$\theta_2$
3	$L_2$	0	0	$\theta_3$

Tabela 3.1: Parâmetros DH para a perna esquerda, da estrutura com joelhos de revolução

$i$	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$\frac{W}{2}$	$\theta_1$
2	0	$\frac{\pi}{2}$	$d_2$	0
3	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_3$

Tabela 3.2: Parâmetros DH para a perna esquerda, da estrutura com joelho prismático

variáveis de junta e cartesianas, para a estrutura com os joelhos prismáticos são (3.2).

$$\begin{aligned}\Theta_{rev} &= [\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 \theta_5 \theta_6]^t \\ P_{rev} &= [x_c z_c x_1 z_2 \alpha_1 x_2 z_2 \alpha_2]^t\end{aligned}\tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}\Theta_{pris} &= [\theta_1 d_2 \theta_3 \theta_4 d_5 \theta_6]^t \\ P_{pris} &= [x_c z_c x_1 z_2 \alpha_1 x_2 z_2 \alpha_2]^t\end{aligned}\tag{3.2}$$

As variáveis do espaço cartesiano,  $P$ , são idênticas para as duas estruturas, e estão definidas no referencial do mundo  $\{0\}$ . O seu significado é:  $(x_c, z_c)$ , coordenadas da cintura,  $(x_1, z_1)$ , coordenadas do tornozelo esquerdo e  $(x_2, z_2)$ , coordenadas do tornozelo direito.

Não é necessário especificar a componente  $Y$ , pois assume-se que o robot se move apenas no plano sagital, plano  $XZ$ . Assim, para definir a orientação do pé basta uma coordenada,  $\alpha$ . Define-se a orientação dos pés, no plano sagital, conforme a figura 3.3.

As variáveis de junta,  $\Theta$ , são diferentes para as duas estruturas. Na estrutura com juntas de revolução, as variáveis de junta  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$  e  $\theta_6$  são respectivamente: ângulo da anca esquerda, ângulo do joelho esquerdo, ângulo do tornozelo esquerdo, ângulo da anca direita, ângulo do joelho direito e ângulo do tornozelo direito.

Na estrutura com joelho prismático,  $\theta_1, \theta_3, \theta_4$  e  $\theta_6$  têm o mesmo significado. As variáveis de junta  $d_2$  e  $d_5$  são respectivamente, o comprimento da perna esquerda e o comprimento da perna direita.

As variáveis cartesianas são definidas no referencial do mundo, para que se calcular a cinemática inversa, tem que se transformar as variáveis do espaço cartesiano do referencial do mundo para o referencial da cintura,

Para o cálculo destas transformações assume-se que a orientação da cintura do bípede em relação ao mundo não varia e é conhecida, e que o movimento do bípede se restringe ao plano sagital. A cinemática inversa calcula-se com as variáveis cartesianas expressas no referencial da base do robot,  $\{C\}$ . As equações da cinemática inversa estão em anexo.

### 3.4 Distribuição das Massas no Robot Bípede

Neste trabalho considera-se a hipótese de massas pontuais. A massa de cada troço está concentrada num ponto do troço. Considerou-se também que a massa de cada troço era desprezável face à massa do actuador colocado nesse troço.

Na figura 3.6 está representada a colocação dos centros de massa de cada troço, na estrutura de revolução, enquanto que na figura 3.7 está a colocação dos centros de massa na estrutura prismática.

Nas figuras 3.6 e 3.7,  $m_c$  é a massa de qualquer elemento que queira colocar em cima do robot bípede, como por exemplo um manipulador. As massas  $m_1$  e  $m_4$  são as massas dos actuadores da junta da anca. Na estrutura prismática foram colocado na cintura devido ao tipo de actuador da junta do joelho ser prismático. As massas  $m_2$  e  $m_5$  são as massas dos actuadores de cada junta do joelho. Finalmente, as massas  $m_3$  e  $m_6$  são as massas dos actuadores das juntas dos dois tornozelo.

A distribuição de massas foi feita tendo em consideração o tipo de actuadores, prismáticos ou de revolução, outras estruturas já implementadas [4, 3, 5] e também tendo em atenção uma futura implementação física.

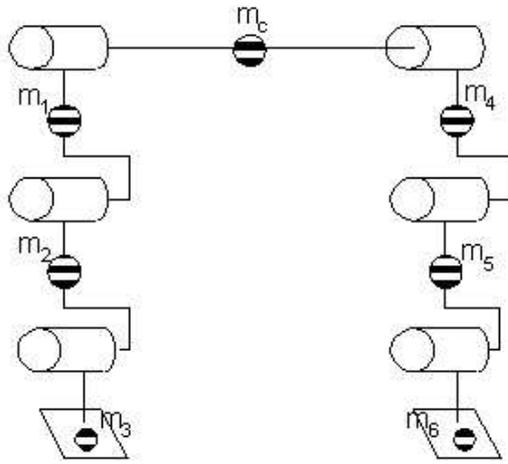


Figura 3.6: Definição dos centros de massa na estrutura de revolução

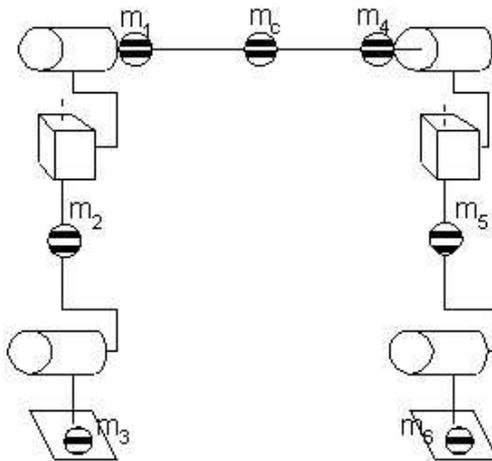


Figura 3.7: Definição dos centros de massa na estrutura prismática



# Capítulo 4

## Modos de Andar

Os diferentes modos de andar são descritos por sucessivas configurações no espaço cartesiano. Assim é possível definir tipos diferentes de andar, sem necessidade de indicar os valores específicos para cada junta da estrutura. A cada uma destas configurações corresponde um ponto de via no espaço cartesiano. Depois de calculados os pontos de via do movimento no espaço cartesiano, pode-se usar a cinemática inversa para calcular os respectivos pontos de via no espaço de juntas.

Uma outra vantagem desta abordagem, é que pode ser usada em ambas as estruturas pois ambas usam o mesmo conjunto de variáveis cartesianas, e por isso a especificação do movimento é a mesma para ambas.

Para interpolar os pontos de via no espaço de juntas, usam-se polinómios cúbicos. Usando este método, ao mudar de ponto de via as velocidades das juntas podem ter descontinuidades. Estas descontinuidades podem originar picos de aceleração nas juntas, e consequentemente nos binários exigidos às juntas. Assim, é imposta a continuidade da velocidade em cada ponto de via, de modo a eliminar este efeito prejudicial.

Este método tem a desvantagem de não garantir que com a interpolação no espaço de juntas, se obtenham as mesmas configurações resultantes, da interpolação no espaço cartesiano. Ou seja pode suceder que a interpolação obtida, gere configurações entre pontos de via não desejadas, podendo por exemplo suceder que as ancas não tenham a mesma altura durante o andar.

Existem outras soluções, que atenuam a diferença entre o movimento desejado e o movimento gerado [10]. Uma solução consiste em obter as trajectórias para as variáveis de junta, resolvendo um problema de optimização: minimizar o tempo gasto pelo movimento,

ou a energia, sujeito a restrições de ordem física. Estas restrições podem ser por exemplo: orientação e posição desejadas para o pé, binário máximo que as juntas podem oferecer, velocidade máxima das juntas, etc.

Uma outra solução consiste em gerar sub-pontos de via de modo a diminuir o erro entre a trajectória no espaço cartesiano e a trajectória no espaço de juntas. Esta solução denomina-se *Bounded Joint Deviation Path* [10].

Para gerar um andar, decompõe-se o andar, nos vários tipos de passos conhecidos. De seguida geram-se as referências para cada um dos tipos de passos escolhidos, obtendo-se as referências para o andar desejado. Como exemplo considere-se o seguinte andar: efectuar cinco passos em frente. Uma decomposição possível seria usar um passo inicial, três passos em frente e um passo final.

Os dois modos de andar implementados, foram desenhados tendo em atenção critérios de estabilidade. Estes critérios estão descritos no capítulo seguinte.

## 4.1 Andar *MoonWalking*

Para uma melhor perceber o problema da locomoção bípede, foi estudado um andar que garante que os dois pés estão sempre apoiados no chão. Com este modo de andar o robot bípede tem probabilidades menores de se desequilibrar.

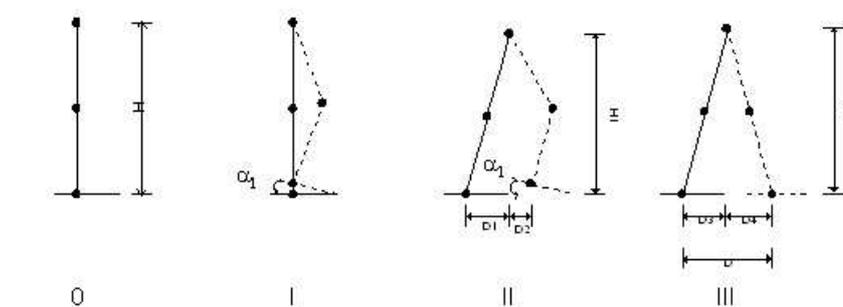
O modo de andar implementado foi designado por *MoonWalking*. Neste andar um dos pés está parado, sendo definido por pé de suporte. O outro pé passa a ser designado por pé de balanço.

Neste andar, o robot começa por inclinar a cintura para a frente. De seguida, o pé de balanço inclina-se sobre o chão com um determinado ângulo  $\alpha$ , mantendo a ponta do pé sempre em contacto com o chão. O pé de balanço avança para a frente do pé de suporte, mantendo o ângulo  $\alpha$  constante. Quando estiver a uma dada distância,  $D$ , à frente do pé de suporte, apoia-se totalmente no chão,  $\alpha = 0$ , passando a ser o pé de suporte no passo seguinte.

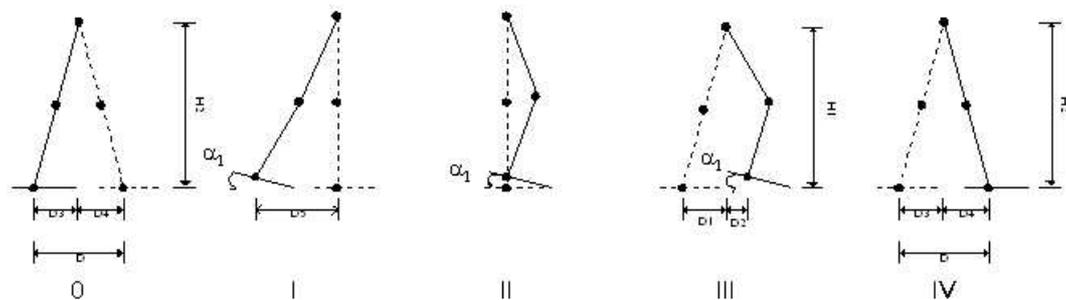
A configuração no espaço cartesiano do robot durante os vários passos é descrita em anexo, enquanto na figura 4.1, está exemplificada a forma de andar para o passo inicial, normal e final. A estrutura cinemática usada na figura é a que faz uso de joelhos de revolução.

A estrutura de revolução inicia e termina cada passo com os joelhos ligeiramente flectidos devido à forma de calcular a cinemática inversa da estrutura de revolução. A cinemática inversa é utilizada para transformar os pontos de via do movimento, que são dados no espaço cartesiano, para pontos de via no espaço de juntas. Na estrutura de revolução, como a perna tem um comprimento fixo os pontos de via estão perto da situação em que não existem soluções para a cinemática inversa. Gerando movimentos em que os joelhos estão ligeiramente flectidos, na estrutura de revolução, garante uma margem de tolerância de modo a que não surjam configurações sem solução na cinemática inversa.

**Passo Inicial:**



**Passo normal:**



**Passo final:**

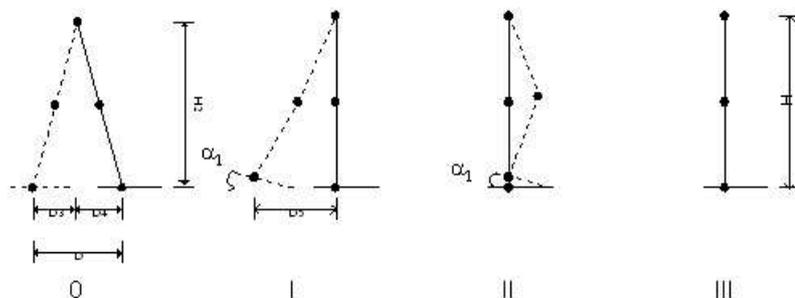


Figura 4.1: Fases do modo de andar *MoonWalking*

## 4.2 Andar Humano

O modo de andar utilizado é semelhante ao modo de andar humano. Durante este andar, existe uma fase em que o pé de balanço está no ar. Durante esta fase o robot pode cair pois tem apenas um apoio no chão. Por esta razão, esta fase é geralmente de curta duração.

No andar humano, o robot começa por levantar o pé de balanço do chão ao mesmo tempo que avança com a cintura para a frente. De seguida leva o pé de balanço para a frente do pé de suporte, continuando a avançar com a cintura. A fase de voo termina quando o pé de balanço colide com o chão. Após o impacto do pé de balanço com o chão, o robot nivela as ancas de modo a que a cintura fique paralela ao chão. Na figura 4.2 está esquematizado o andar humano para os passos inicial, normal e final.

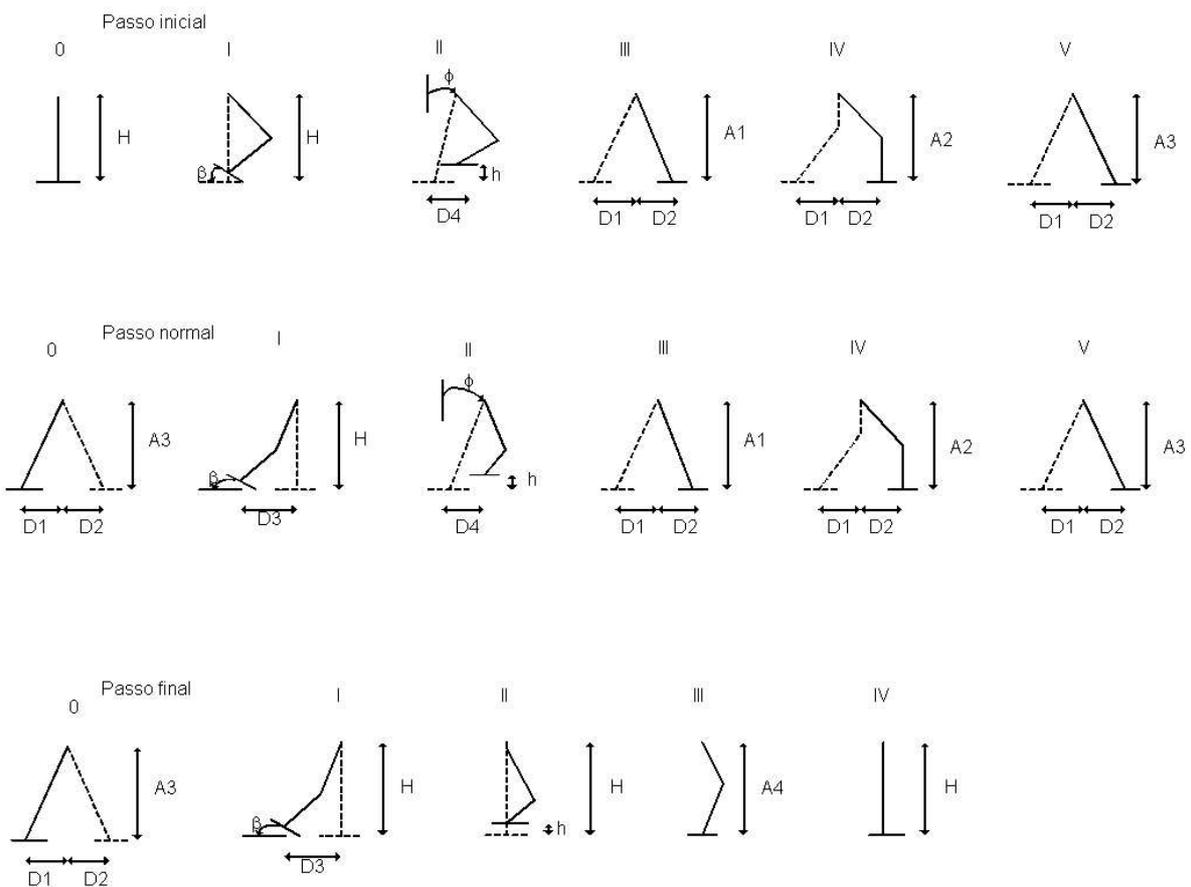


Figura 4.2: Fases do modo de andar Humano

### 4.3 Simulação Cinemática dos Modos de Andar

O algoritmo de geração de trajectórias foi implementado e simulado em Matlab/Simulink para ambos os modos de andar: *MoonWalking* e Humano. As dimensões, ver figuras 3.5 e 3.4, usadas para cada uma das estruturas estão na tabela 4.1.

$L_1 = 15 \text{ cm}$	$L_4 = 6 \text{ cm}$	$W = 25 \text{ cm}$
$L_2 = 15 \text{ cm}$	$L_5 = 4 \text{ cm}$	$D_o = 30 \text{ cm}$

Tabela 4.1: Dimensões do robot

O comprimento do pé é  $L_3 = L_4 + L_5 = 10 \text{ cm}$ .  $L_4$  é o comprimento da parte da frente do pé, enquanto que  $L_5$  é o comprimento da parte de trás do pé.  $D_0$  é o comprimento da junta prismática em repouso.

#### 4.3.1 Simulação Cinemática do Andar *MoonWalking*

Como parâmetros de simulação deste tipo de andar temos: o comprimento do passo  $D$ , a inclinação do pé  $\alpha$  e a duração de cada passo  $T$ . Foram efectuadas simulações para as duas estruturas, com os parâmetros que constam na tabela 4.2.

Número de passos, $N$	3
Comprimento do passo, $D$	0.08 m
Inclinação do pé, $\alpha$	20°
Duração do passo	2 segundos

Tabela 4.2: Parâmetros da simulação do *MoonWalking*

O comprimento do passo no *Moonwalking* é menor que o comprimento do pé. Não se pode aumentar o tamanho do passo pois o andar ficaria instável. O andar é também relativamente lento, 2 segundos para efectuar um passo, porque verifica-se que com passos mais rápidos o robot tenderia a rolar para a frente.

Neste tipo de andar, o pé de balanço deve de seguir uma linha recta no espaço cartesiano. Como a interpolação é feita no espaço de juntas, vai existir um erro no espaço cartesiano que se traduz numa oscilação da cintura pois as ancas não vão ter sempre a mesma altura. Esta perturbação diminui quando se especifica velocidades de junta nulas para os pontos de via. Tem no entanto como desvantagem o facto do movimento não ser suave, pois o robot chega a cada ponto de via com velocidade nula.

Na tabela 4.3.1, está um resumo dos valores máximos para os ângulos de junta e na tabela 4.3.1, está um resumo das velocidades das juntas máximas, durante o *Moonwalking* para as duas estruturas.

Amplitude máxima	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Junta da anca	20.94°	19.30°
Junta do joelho	2.13 cm	29.18°
Junta do tornozelo	26.75°	15.47°

Tabela 4.3: Valores máximos dos ângulos de junta, durante o *Moonwalking*

Velocidade máxima	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Junta da anca	0.16 rps	0.26 rps
Junta do joelho	7.79 cm/s	0.24 rps
Junta do tornozelo	0.13 rps	0.15 rps

Tabela 4.4: Valores máximos das velocidades de junta, durante o *Moonwalking*

De acordo a tabela 4.3.1, pode-se notar que o *Moonwalking* é realizável com velocidades baixas nos actuadores das juntas. Da tabela 4.3.1, o *Moonwalking* não necessita que os actuadores tenham uma grande amplitude de movimentos. A estrutura de revolução é a que tem a necessidade de actuadores mais rápidos, porque nesta estrutura a junta do joelho só actua sobre metade da perna. Para que consiga variar o comprimento da perna à mesma velocidade que a estrutura prismática, esta estrutura tem de mover a junta do joelho mais rapidamente. Como também nesta estrutura, a orientação do pé depende das quatro juntas, as restantes para garantirem a orientação desejada têm de se mover também mais rapidamente.

Verifica-se durante a simulação, que a perturbação introduzida no modo de andar, obriga a cintura a oscilar em torno de  $X_0$ . Esta perturbação não diminui com o aumento do número de pontos de interpolação, mas diminui quando se reduz o tamanho do passo e/ou a inclinação do pé. A amplitude das perturbações é menor na estrutura prismática.

Pode-se observar na figura 4.3 a perturbação introduzida pela geração de referências nas duas estruturas. A oscilação da cintura introduzida devida ao modo de interpolação utilizado é pequena. Na estrutura de revolução a perturbação é maior porque pequenas variações nos ângulos de junta não correspondem a variações correspondentes nos comprimentos da perna de balanço e da perna de suporte.

O robot bípede é um robot móvel, e portanto poderá ser usado como uma plataforma robótica móvel para efectuar tarefas. Na figura 4.4 pode-se ver a evolução da cintura do

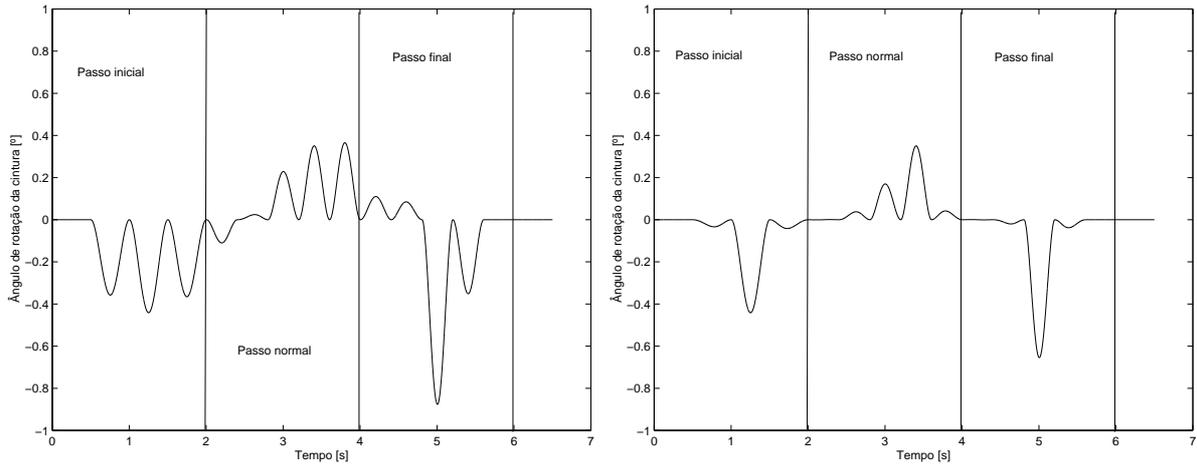


Figura 4.3: Oscilação da cintura durante o *MoonWalking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

robot ao longo de  $X_0$  e  $Z_0$ , assim como a velocidade da cintura do robot, também segundo  $X_0$  e  $Z_0$ .

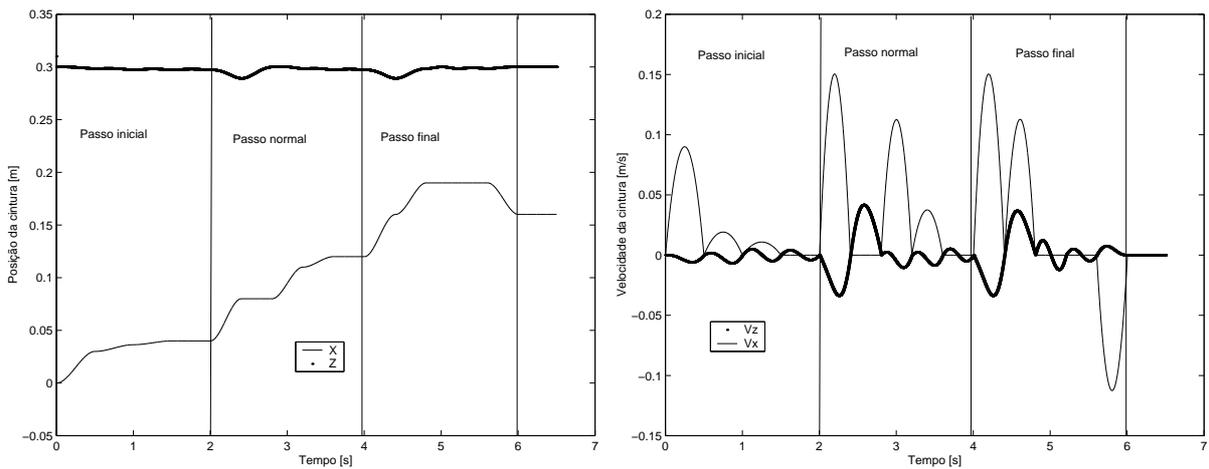


Figura 4.4: Movimento da cintura durante o *MoonWalking* Na figura da esquerda está a posição da cintura e na da direita a velocidade da cintura

Da figura 4.4, pode-se notar que o robot se move lentamente segundo X, mas não a uma velocidade constante. Tal deve-se ao modo de andar, que impõe que a cintura esteja parada durante certos períodos do andar. A velocidade da cintura também se anula várias vezes porque se impõe que nos pontos de via, as velocidades de junta sejam nulas.

A velocidade da cintura segundo  $Z_0$  também varia muito rapidamente durante o andar, mas tem uma amplitude muito menor pelo que se poderá desprezar o seu efeito no movimento do robot.

Em [24], foi proposto um algoritmo para o planeamento e seguimento de caminhos para

um robot bípede. É assumido por [24] que o movimento da cintura, no plano  $XY$ , do robot bípede pode ser descrita por um duplo integrador. De acordo com a figura 4.4, esta hipótese não é válida para o andar do tipo *Moonwalking* pois a velocidade da cintura varia muito durante o andar. Por esta razão, o robot bípede com este andar terá poucas utilizações como plataforma robótica móvel.

### 4.3.2 Simulação Cinemática do Andar Humano

Para simular o andar humano é necessário especificar o comprimento do passo,  $D$ , a altura máxima para o pé de balanço,  $h$ , e também a duração de cada uma das fases do andar. A duração da fase de voo é crítica para o andar humano, pois durante esta fase o robot apenas tem um apoio.

Durante a fase de voo o robot tem um movimento de rotação em torno de  $X_0$ , devido à gravidade. Nos humanos este movimento é compensado pelo tronco, mas nas estruturas estudadas não é possível contrariar este movimento. Este movimento é simulado adicionando uma junta de revolução fictícia entre o pé de apoio o chão.

Nesta fase o pé de balanço encontra-se no ar, logo o robot vai adquirir um movimento de rotação sobre a base da perna de suporte. Para modelar este efeito, reduziu-se o robot um ponto, o seu centro de massa. Obtêm-se então um pêndulo invertido cuja base é o pé de suporte. Na figura 4.5, está representada a modelação da rotação do robot.

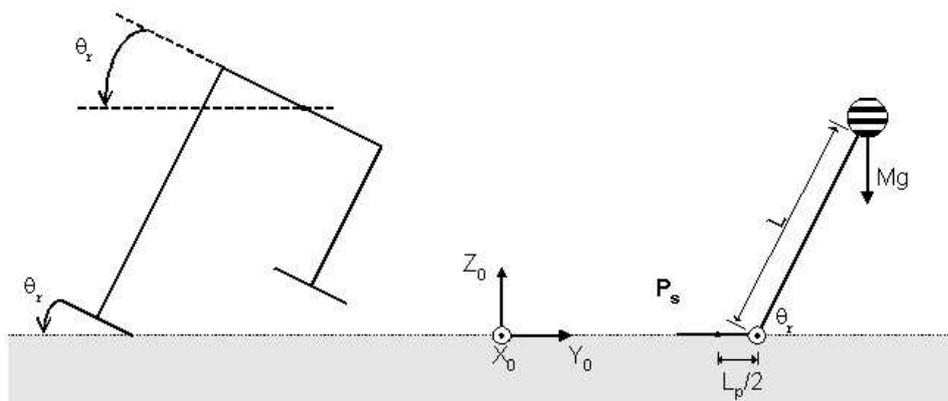


Figura 4.5: Rotação do bípede quando em desequilíbrio

Usando o modelo da figura 4.5, a aceleração angular em torno do pé de suporte a que o centro de massa do robot está sujeito é dado por (4.1). A derivação desta expressão

encontra-se no final, em anexo.

$$\ddot{\theta}_r = -\frac{L_y g}{\|L\|} \quad (4.1)$$

Os parâmetros usados na simulação do andar humano estão na tabela 4.5.

Número de passos, N	3
Comprimento de cada passo, D	[0.05 , 0.10 , 0.05] m
Altura máxima do pé	[0.02 , 0.05 , 0.02] m
Duração da fase de voo	[0.05 , 0.10 , 0.05] s
Duração da fase de "impacto"	[0.02 , 0.05 , 0.02] s

Tabela 4.5: Parâmetros da simulação do andar humano

Na tabela 4.3.2, estão os valores máximos dos ângulos de junta, durante o andar humano para as duas estruturas. Na tabela 4.3.2, estão os valores máximos das velocidades de junta para o andar humano.

Amplitude máxima	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Junta da anca	9.46°	18.40°
Junta do joelho	5.04 cm	21.78°
Junta do tornozelo	9.46°	18.43°

Tabela 4.6: Valores máximos dos ângulos de junta, durante andar humano

Velocidade máxima	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Junta da anca	1.57 rps	3.77 rps
Junta do joelho	1.44 m/s	4.74 rps
Junta do tornozelo	1.29 rps	2.99 rps

Tabela 4.7: Valores máximos das velocidades de junta, durante o andar humano

Para o andar humano, a amplitude de movimentos de que as juntas devem de ser capazes de efectuar é muito semelhante ao necessário para o *Moonwalking*. Apesar do tamanho do passo efectuado ser maior, as juntas efectuam movimentos com amplitudes semelhantes pois no andar humano o robot durante a fase de voo pode posicionar e orientar o pé como entender, tendo apenas que efectuar um passo com o comprimento desejado. As velocidades dos actuadores são maiores para este andar pois o andar é também muito mais rápido, não sendo no entanto velocidades elevadas.

Na figura 4.6 é possível observar a oscilação da cintura durante o andar para as duas estruturas. Inicialmente, em cada passo existe uma variação brusca do ângulo da cintura.

Isto deve-se a que o robot não levanta instantaneamente o pé do chão, pelo que o robot está durante alguns instantes com o pé no chão mas a diminuir o comprimento da perna de balanço. Na fase em que o ângulo da cintura varia de uma forma parabólica. Nesta fase, a rotação da cintura é calculada pelo modelo apresentado anteriormente. Quando ocorre o impacto o ângulo da cintura também varia muito rapidamente porque o robot "estica" rapidamente a perna de balanço de modo a equilibrar-se.

Na figura 4.6, também se pode notar que quando o robot tem o pé no ar, o ângulo de rotação é pequeno porque o robot se está a mover muito rapidamente de modo a conseguir efectuar o passo com o tamanho desejado. Se o robot se movesse mais lentamente, devido ao desequilíbrio durante o voo, o robot efectuará um passo de dimensão inferior ao desejado. Na estrutura prismática, o robot inclina-se muito mais porque a junta prismática não se move com velocidade suficiente, porque as velocidades das juntas ao longo da trajectória são impostas pelos polinómios cúbicos usados para interpolar os pontos de via. Para que o robot movesse mais rapidamente o joelho prismático, bastaria especificar um tempo de voo mais curto.

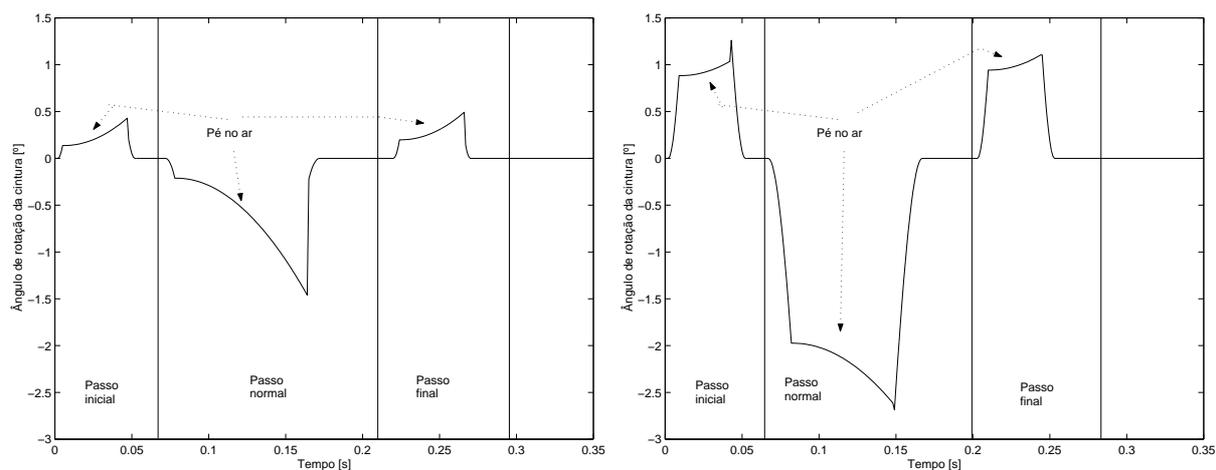


Figura 4.6: Oscilação da cintura durante o andar humano. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

Da mesma forma de que foi feito para o *Moonwalking*, na figura 4.7 está representado movimento da cintura do robot durante o andar humano.

Da figura 4.7, sobressai que o andar humano é muito mais rápido que o andar *Moonwalking*. No entanto o movimento da cintura é mais uniforme e a velocidade da cintura é mais suave. Tal deve-se a que não se impôs velocidades nulas para as juntas nos pontos de via e também devido à escolha dos pontos de via e ao desenho do modo de andar. O movimento da cintura, neste tipo de andar, aproxima-se mais do movimento de um sistema do tipo duplo integrador. Assim, o esquema de seguimento de caminhos proposto em [24] poderá mais

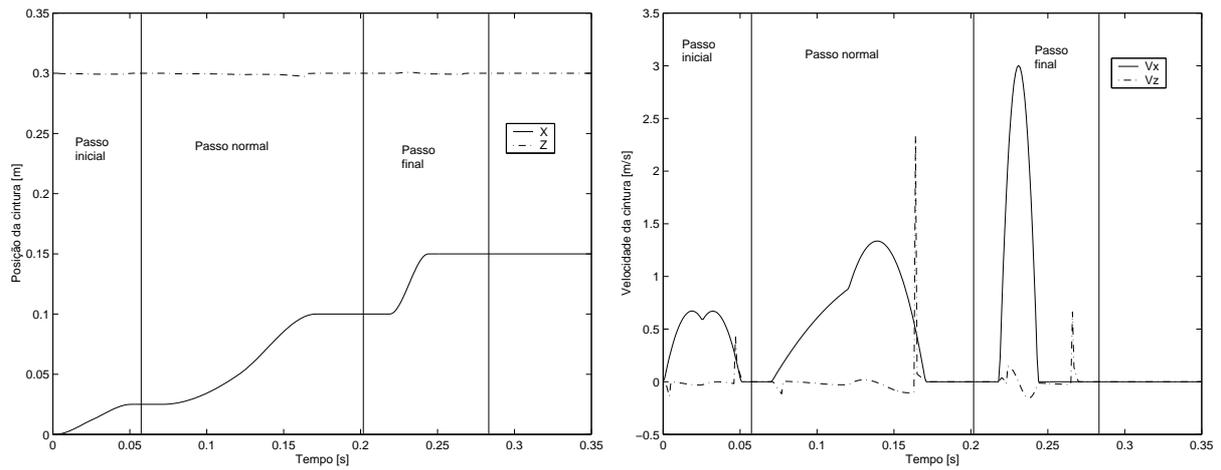


Figura 4.7: Movimento da cintura durante o andar humano. Na figura da esquerda está a posição da cintura e na da direita a velocidade da cintura

facilmente ser implementado com este tipo de andar. Por esta razão, este tipo de andar deverá ser preferido em relação ao *Moonwalking* para uma plataforma robótica móvel.



# Capítulo 5

## Estabilidade Durante o Andar

A estabilidade durante o andar é uma característica essencial de um robot bípede. Para que o robot bípede possa realizar as suas tarefas, não pode se desequilibrar e cair no chão. Um robot bípede pode sempre recuperar o equilíbrio se colocar os dois pés firmemente no chão. Assim sendo, a estabilidade do robot bípede durante o andar pode ser encarada como o conjunto de configurações em que o robot não se desequilibra.

Algumas medidas aplicam-se essencialmente à locomoção estaticamente estável. Estas medidas indicam a proximidade da situação de desequilíbrio do robot, caso este mantenha a configuração actual. Por esta razão são denominadas medidas de estabilidade estática.

Outras medidas aplicam-se numa situação dinâmica. Para medir a proximidade da situação de desequilíbrio estas medidas usam não só a configuração actual como também o movimento do robot. São geralmente aplicadas na locomoção quasi-dinamicamente estável e são denominadas medidas de estabilidade dinâmica.

Ambos os tipos de medidas fazem uso do polígono de suporte. O polígono de suporte é a região convexa que contém todos os pontos de contacto entre o robot e o chão.

Na locomoção quasi-dinamicamente estável, o polígono de suporte é constituído pelo pé de suporte quando o outro pé está no ar. Na situação em que estão ambos os pés apoiados no chão, o polígono de suporte consiste no polígono que está representado na figura 5.1.

Durante a locomoção estaticamente estável, o polígono de suporte é constituído pelo pé de suporte, pela parte do pé de balanço que está apoiada no chão e pela menor região convexa que engloba estas duas regiões. Na figura 5.2 está exemplificado o polígono de

suporte para esta situação.

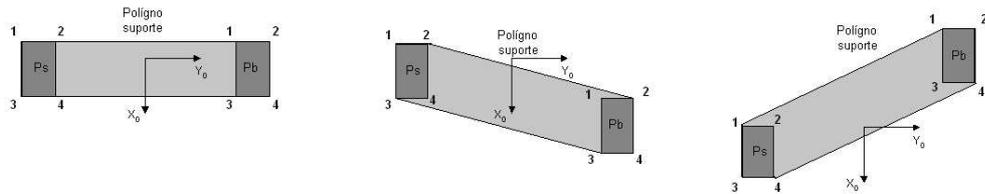


Figura 5.1: Polígonos de suporte quando os dois pés estão apoiados no chão

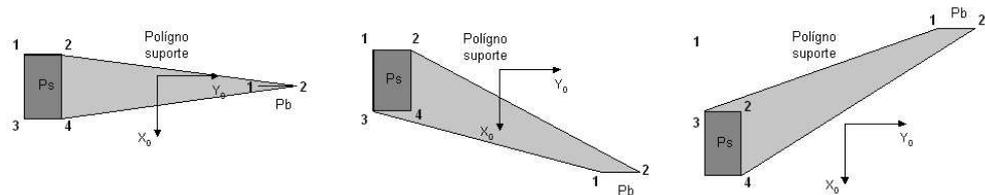


Figura 5.2: Polígonos de suporte durante o *Moonwalking*

## 5.1 Medidas de Estabilidade Estáticas

Estas medidas indicam a proximidade de uma situação de instabilidade numa situação estática. Estas medidas usam essencialmente a projecção do centro de massa no chão [7].

Uma medida é a **margem de estabilidade**. A margem de estabilidade,  $SM$ , é a menor distância da projecção do centro de massa no chão, à fronteira do polígono de suporte. Se a projecção do centro de massa sair fora do polígono de suporte, então o robot está em desequilíbrio. Na figura 5.3 está representada a relação entre a margem de estabilidade durante o *MoonWalking* e a margem de estabilidade com o robot na configuração inicial, para as duas estruturas.

Na figura 5.3, as transições bruscas devem-se a uma variação brusca da forma do polígono de suporte. Esta variação ocorre quando o robot coloca ou levanta a parte de trás do pé no chão.

Verifica-se que a margem de estabilidade é sempre positiva, sendo que no final do passo normal se aproxima de zero. No global, a estrutura de revolução tem uma margem de estabilidade maior apenas devido a uma distribuição de massas diferente da estrutura prismática.

Pode-se aumentar a margem de estabilidade, aumentando a dimensão dos pés, ou efectuando passos de menor amplitude, tal como foi realizado por [2] e por [4]. Qualquer uma destas formas de aumentar a margem de estabilidade tem a desvantagem de tornar o robot mais lento, limitando o leque de aplicações possíveis para o robot.

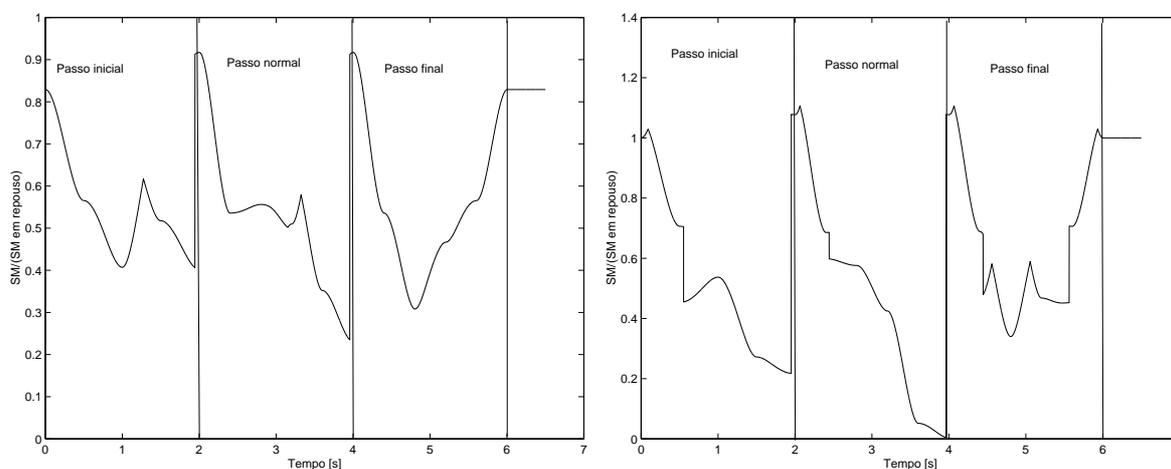


Figura 5.3: Margem de estabilidade durante *MoonWalking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

Uma outra medida que se pode derivar é o **índice de estabilidade**. O índice de estabilidade,  $SI$ , relaciona a altura do centro de massa,  $h$ , com a margem de estabilidade, de acordo com (5.1).

$$SI = \frac{SM}{h} \quad (5.1)$$

O índice de estabilidade mede a força,  $F$ , horizontal que é necessária aplicar de modo a desequilibrar o robot, de acordo com a figura 5.4.

Esta força é dada pela expressão (5.2), em que  $M$  é a massa do robot e  $g$  é a aceleração da gravidade.

$$F = Mg \times SI \quad (5.2)$$

Quanto menor for a força  $F$  mais próximo da instabilidade estará o robot. Uma forma de aumentar a força  $F$  é baixar o centro de massa do robot bípede, solução adoptada por [11]. Esta solução diminui o momento da força. Na figura 5.5 pode-se ver a relação entre o módulo da  $F$  e a massa total do robot durante o *MoonWalking*.

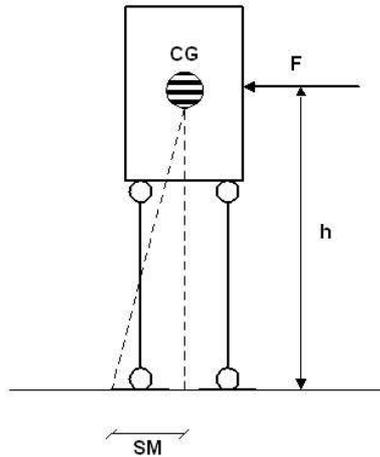


Figura 5.4: Força necessária para desequilibrar o robot

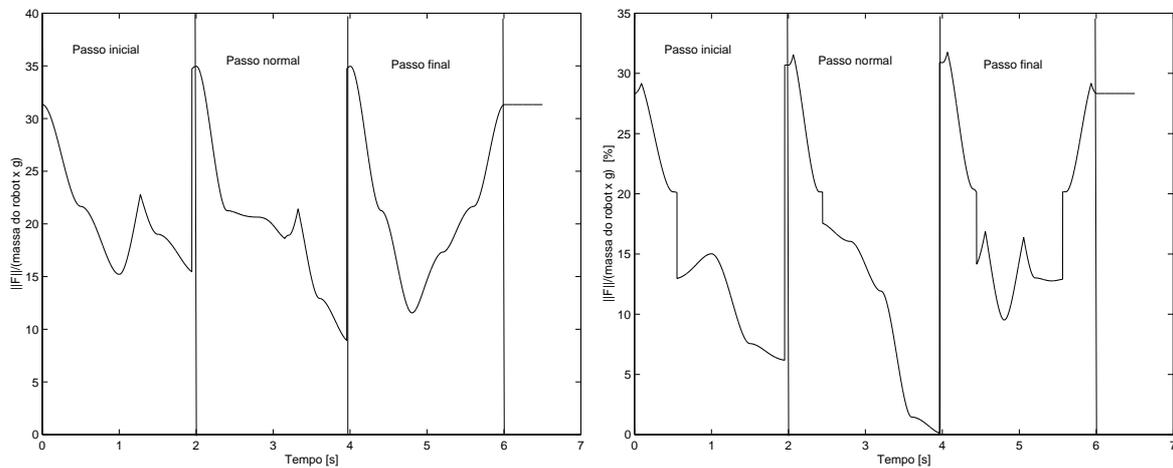


Figura 5.5: Força para desequilibrar o robot durante *MoonWalking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

Na figura 5.5, a estrutura de revolução tem uma maior rejeição a perturbações pois a força necessária para desequilibrar esta estrutura é superior à necessária para desequilibrar a estrutura prismática, dado que ambas as estruturas têm a mesma massa total.

Estas medidas, quando aplicadas ao *MoonWalking*, mostraram que existem instantes em que o robot está próximo da instabilidade. Uma razão deve-se a não ter o tornozelo exactamente no centro do pé, sendo o calcanhar menor que a parte da frente do pé, tal como o pé humano. A outra razão deve-se a que o centro de massa tem um movimento semelhante à cintura, o que leva a que a projecção do centro de massa por vezes se aproxime muito da fronteira do polígono de suporte.

No entanto, nunca se chegou a uma situação de instabilidade em nenhum dos passos do

*MoonWalking*: inicial, normal e final. O modo de andar *MoonWalking* é então estaticamente estável, de acordo com as medidas acima utilizadas.

## 5.2 Medidas de Estabilidade Dinâmicas

As medidas anteriores têm a desvantagem de não considerarem o movimento do robot para a análise da estabilidade do andar. Durante o andar humano, existe uma fase em que um dos pés está no ar. Se o robot se mantiver com esta configuração, desequilibra-se. Mas se esta fase for de curta duração, o andar resultante não será necessariamente instável. Desta forma é necessário utilizar outras medidas de estabilidade que levem em consideração o movimento do robot.

Uma destas medidas é a **localização do centro de pressão**, ou **Zero Moment Point, ZMP**. O ZMP é o ponto no chão onde o momento total gerado pela força de reacção e o binário de reacção é nulo [12]. Ou seja, o momento total  $T : (T_x, T_y, T_z)$  satisfaz  $T_x = 0$  e  $T_y = 0$ . Se o ZMP estiver localizado dentro do polígono de suporte, então a configuração actual é estável. À medida que o ZMP se aproxima da fronteira do polígono de suporte, o movimento do robot vai aproximando-se da instabilidade. Quando o ZMP está sobre a fronteira do polígono de suporte, o robot está numa situação de instabilidade.

Como exemplo, tome-se a fase do andar em que um dos pés está no ar. Nesta fase, o polígono de suporte é apenas o pé de suporte. Se as forças e binários de reacção estiverem aplicadas dentro do pé de suporte, então este mantêm-se em repouso e o robot está numa situação estável. Mas, se as forças e binários de reacção estiverem aplicados num ponto da fronteira do pé de suporte, então este começará a rodar em torno deste ponto e o robot perderá a estabilidade.

As coordenadas do ZMP,  $(X_{zmp}, Y_{zmp}, 0)$  são obtidas através de (5.3), e foram retiradas de [5].

$$X_{zmp} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{z}_i + g_z) x_i - \sum_{i=0}^n m_i (\ddot{x}_i + g_x) z_i}{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{z}_i + g_z)} \quad (5.3)$$

$$Y_{zmp} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{z}_i + g_z) y_i - \sum_{i=0}^n m_i (\ddot{y}_i + g_y) z_i}{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{z}_i + g_z)}$$

Na equação (5.3),  $m_i$  é a massa do  $i$ -ésimo troço do robot,  $(x_i, y_i, z_i)$  é a localização do centro de massa do  $i$ -ésimo troço no referencial do mundo,  $(\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i)$  é a aceleração deste troço e  $g$  é a aceleração da gravidade.

Esta medida de estabilidade, apesar de ter sido desenvolvida para a locomoção quasi-dinamicamente estável, pode também ser aplicada directamente à locomoção estaticamente estável. Na figura 5.6 está a evolução da distância do ZMP ao polígono de suporte para o *MoonWalking*.

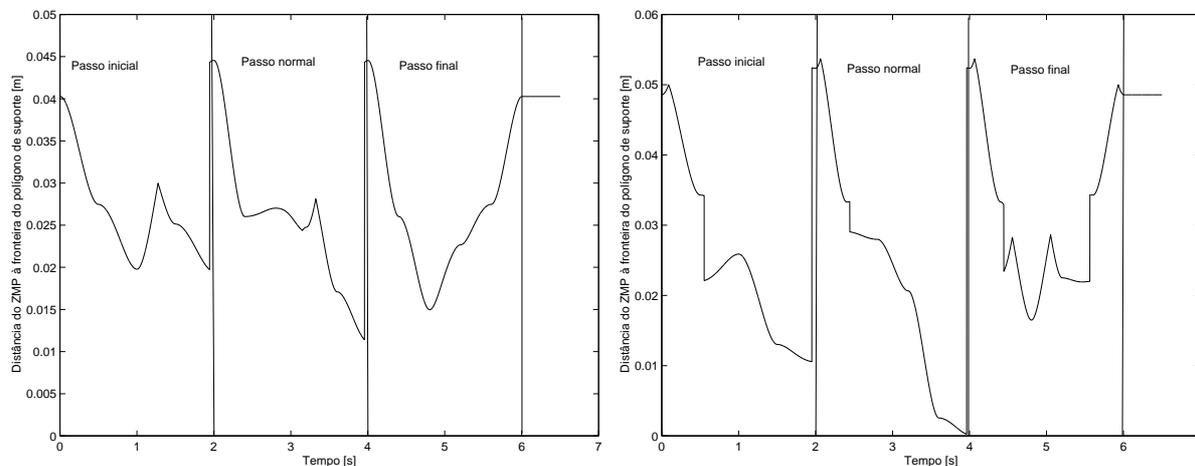


Figura 5.6: Distância do ZMP ao polígono de suporte *MoonWalking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na da direita a estrutura prismática

Na figura 5.6, a distância é negativa quando o ZMP sai fora do polígono de suporte. Como se pode ver na figura, o ZMP está sempre contido no polígono de suporte. No caso da estrutura prismática, no final do passo normal o ZMP aproxima-se muito da fronteira, o que significa que no final do passo normal o robot com joelhos prismáticos tenderá a rodar para a frente. Por essa razão, a duração temporal de cada passo do *Moonwalking* foi calculada de modo a que o ZMP estivesse contido sempre dentro do polígono de suporte.

Na figura 5.7 pode-se ver-se a movimentação do ZMP segundo os eixos  $X_0$  e  $Y_0$ , no andar humano. No andar humano o ZMP não está contido no polígono de suporte, excepto no final de cada passo em que o robot pára. Isto porque nenhuma das estruturas dispõe de meios para variar a posição do centro de massa segundo o eixo  $Y_0$  ou o eixo  $X_0$ , do mundo. Ou seja, o robot não consegue colocar o ZMP dentro do polígono de suporte, o pé de suporte. O robot é obrigado a ter uma fase de voo de curta duração, pois esta fase é instável. Na fase inicial do andar, o ZMP desloca-se para a frente, segundo  $X_0$ , pois o robot está a empurrar-e para a frente. O ZMP também se desloca segundo  $Y_0$  pois, como a configuração não é estável o robot cai para o lado, ou seja roda segundo  $X_0$ .

O ZMP no andar humano está quase sempre muito longe do pé de suporte, pelo que o actuador do tornozelo de suporte sofrerá fortes perturbações devido à reacção do chão. A estrutura de revolução tem um movimento do ZMP um pouco mais suave devido à distribuição de massas, pois tem uma cintura mais leve.

O ZMP do robot pode ser alterado actuando apenas no modo de andar, isto é, desenhando movimentos que tenham um melhor ZMP. Uma outra forma seria adicionar uma massa de balanço para controlar a trajectória do ZMP segundo  $Y_0$ , [5, 3, 4, 11]. Com o ZMP segundo  $Y_0$ , dentro do pé de suporte o robot já não cairá para o lado e o movimento pode ser mais lento, o que também ajuda a controlar mais facilmente o movimento do ZMP segundo  $X_0$ . Uma outra forma de controlar o ZMP é copiar o andar humano, tal como foi feito pela Honda no seu robot P2 [23].

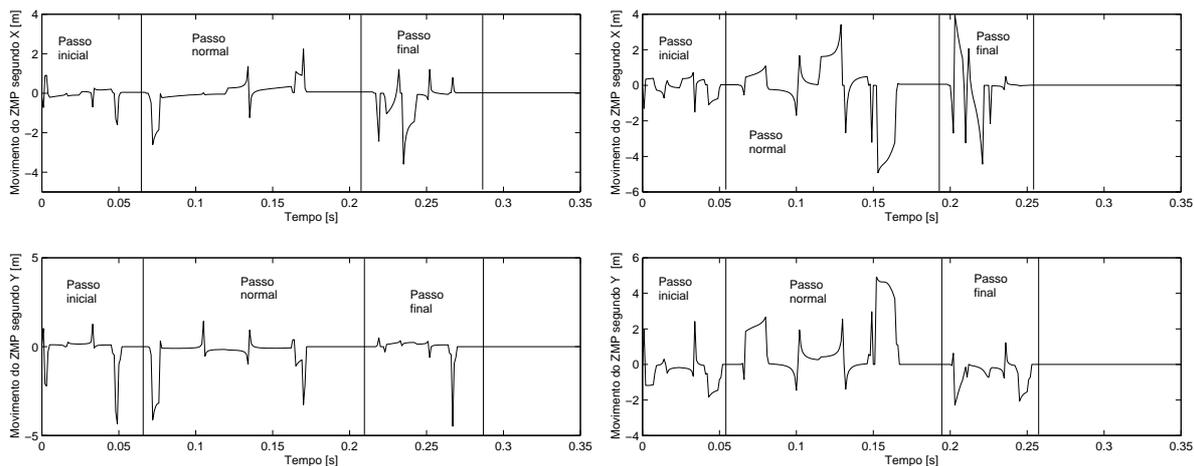


Figura 5.7: Variação do ZMP durante o andar humano. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na da direita a estrutura prismática

Uma outra medida de estabilidade, o **Foot Rotation Indicator, FRI**, foi proposto por [12] para quantificar a instabilidade do robot. Esta medida de estabilidade baseia-se na determinação do ponto  $F$ , no chão, onde as forças de reacção e os binários de reacção devem ser aplicados, de modo a que o robot se mantenha estável. Ou seja, se o robot pudesse alterar o polígono de suporte de modo a manter-se estável teria de o fazer, de modo a que englobasse sempre este ponto. Numa situação de instabilidade este ponto sai fora do polígono de suporte e a quanto mais distante da fronteira do polígono de suporte maior a instabilidade do robot.

Para este trabalho, o modelo que se vai utilizar para o cálculo do ponto  $F$  consiste apenas no pé de suporte e no centro de massa dos outros troços do robot. Na figura 5.8 está esquematizado o cálculo do ponto  $F$ .

Na figura 5.8,  $m_1$  é a massa do pé de suporte e  $M_2$  é a massa dos restantes troços, isto é:  $M_2 = \sum_{i=2}^n m_i$ . No ponto  $O$  está localizada a junta do joelho, no qual está aplicado um binário  $\tau$ . Os pontos  $P$  e  $L$  são respectivamente, a posição do centro de massa do pé de suporte, e posição do centro de massa dos restantes troços. De acordo com a figura 5.8, a localização do ponto  $F$  é dada por (5.4). A derivação desta expressão encontra-se em

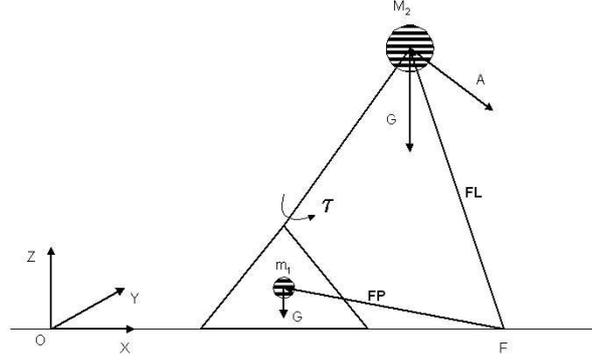


Figura 5.8: Cálculo da localização do ponto F

apêndice.

$$F_x = \frac{P_x m_1 g + M_2 (L_z a_x + L_x (g - a_z)) - \tau_y}{m_1 g + m_2 (g - a_z)} \quad (5.4)$$

$$F_y = \frac{P_y m_1 g + M_2 (L_z a_y + L_y (g - a_z)) + \tau_x}{m_1 g + m_2 (g - a_z)}$$

Na equação (5.4), o binário que está aplicado,  $\tau$ , não é o binário que está aplicado na junta do tornozelo do robot pois o modelo que se está a usar para o cálculo do ponto  $F$  é um modelo muito aproximado do robot. Em apêndice estão exemplificadas algumas situações em que se mostra a utilização que é feita desta medida. No entanto, se em (5.4), se anular os binários  $\tau_x$  e  $\tau_y$ , o ponto  $F$  deve de ter um movimento semelhante ao do ZMP pois ambos quantificam as mesmas propriedades do movimento nesta situação. De facto, verifica-se que nestas condições o movimento do ponto  $F$  e o ZMP são quase iguais, pelo que se pode assumir que a redução do robot a um centro de massa é uma boa aproximação.

O movimento do ponto  $F$  está representado no capítulo da simulação da dinâmica, pois é necessário ter acesso aos binários produzidos pelo robot durante o andar para calcular o ponto  $F$ .

Este ponto poderá ser usado para controlar o andar do robot, de modo a que seja estável. Na equação (5.4), o binário aplicado no tornozelo funciona como uma forma de posicionar o ponto  $F$  dentro do polígono de suporte. Por exemplo, a localização do ponto  $F$  segundo  $Y_0$  poderia ser controlada usando  $\tau_x$ . Para tal seria necessária uma junta extra no tornozelo, de modo a que se pudesse colocar o ponto  $F$  segundo  $Y_0$  dentro do polígono de suporte. Nas estruturas propostas, pode-se actuar sobre o binário  $\tau_y$  que corresponde à junta do tornozelo. No entanto, o controlador dessa junta tentará seguir o movimento

determinado pela geração de referências e verá como perturbação qualquer tentativa de alterar o binário do tornozelo de suporte. O controlador da junta do tornozelo tentará eliminar essa perturbação, de modo que se se pretender alterar o movimento do ponto  $F$  segundo  $X_0$ , deve-se de o fazer a um nível de controlo superior e não directamente ao nível da junta.



# Capítulo 6

## Dinâmica do Robot Bípede

Um robot humanóide, do qual as estruturas propostas fazem parte, não é, regra geral, um mecanismo série. Como também estes robots têm geralmente um elevado número de graus de liberdade o algoritmo de Newton-Euler não pode ser utilizado directamente para a modelação destes robots, pois ficaria um modelo muito complexo. No entanto o algoritmo de Newton-Euler, com algumas modificações, foi utilizado para modelar e simular um robot humanóide com vinte graus de liberdade [13].

No entanto, as estruturas propostas podem ser consideradas mecanismos série semelhantes a manipuladores robóticos. Nestas estruturas, a base do manipulador será o pé de suporte e a ponta do manipulador o pé de balanço, com um total de seis graus de liberdade. No entanto, o modelo fica muito complexo e de difícil validação e controlo.

### 6.1 Solução Proposta

Para ultrapassar as dificuldades anteriores, propõe-se modelar o robot bípede dividindo-o em dois manipuladores, correspondentes às duas pernas, que estão ligados entre si através da cintura. Define-se a perna que tem o pé em contacto com o chão, e suporta o peso de toda a estrutura como perna de suporte, e a outra perna como perna de balanço. Pode-se encarar esta abordagem como sendo dois manipuladores independentes, que cooperam entre si para se moverem.

Como grande vantagem, reduz-se a ordem do sistema para metade, o que reduz a complexidade do esquema de controlo das juntas, pois não é necessário controlar a interacção das seis juntas exercida em cada junta. Também permite que a validação da simulação

possa ser verificada mais facilmente, pois os modelos são menos complexos. Para um robot bípede geral, poderia-se usar esta mesma estratégia para "separar" os braços, pernas, cabeça, etc. A grande dificuldade neste processo consiste em conseguir modelar correctamente a interacção de todos os diversos sub-sistemas entre si.

A interacção entre as duas pernas faz-se através da cintura. Uma forma de modelar a influência da perna de balanço sobre a perna de suporte, consiste em calcular apenas o centro de massa da perna de balanço, e modelar o último troço da perna suporte como tendo um centro de massa variável com o tempo, e com a configuração da perna de balanço. Desta forma, implicitamente, inclui-se a aceleração do centro de massa da perna de balanço. Este o método necessita apenas de calcular o centro de massa da perna de balanço visto na cintura. A massa do último troço da perna de suporte será então a soma da massa da cintura e de todas as juntas da perna de balanço, e a posição do centro de massa varia ao longo do tempo de acordo com o movimento da perna de balanço.

A influência da perna de suporte sobre a perna de balanço é conseguida calculando a aceleração linear do último troço da perna de suporte, a cintura. Como a base da perna de balanço é a cintura, esta sofre a mesma aceleração do último troço da perna de suporte, porque se considera o troço da cintura rígido. Usando o algoritmo de Newton-Euler obtém-se a expressão da aceleração do último troço da perna de suporte. Esta será a aceleração da base da perna de balanço. De notar que esta aceleração depende da posição do centro de massa do último troço, que depende da perna de balanço, conseguindo-se assim implicitamente aproximar o acoplamento entre as pernas.

Este método de modelar o robot, separando-o em dois, é obviamente uma aproximação à realidade física do robot. Uma desvantagem da aproximação é que a perna de suporte não vê as forças exteriores aplicadas no pé de balanço. Na estrutura real, qualquer força aplicada no pé de balanço, seria propagada através dos sucessivos troços até à base, o pé de suporte. Outra desvantagem, é que a inércia total da estrutura não é considerada. Isto é, no robot real, mover um qualquer troço afectaria em maior ou menor grau todos os outros troços. Nesta aproximação, esta interacção é apenas aproximada através da variação da aceleração da base da perna de balanço e da variação do centro de massa do último troço da perna de suporte. Se por exemplo a perna de balanço de mover de tal forma que não altera o seu centro de massa, do ponto de vista da perna de suporte a perna de balanço não se moveu.

Do ponto de vista da locomoção bípede, esta aproximação deve ser analisada com cuidado. Durante a locomoção dinamicamente estável, quando a perna de balanço está suspensa no ar, esta aproximação é suficientemente boa, pois a perna de balanço não tem forças

aplicadas no seu pé. No entanto, no impacto e quando os dois pés estão apoiados no chão estas forças existem e não podem ser ignoradas.

Quando os dois pés estão apoiados no chão, situação estática, está a desprezar-se a reacção do chão. Ou seja, enquanto que no robot real estão duas pernas a suportar o robot, na solução proposta, apenas a perna de suporte suporta o peso total do robot. Por outro lado, no impacto apenas a perna de balanço sofre as forças resultantes do impacto não existindo influência do impacto sobre a perna de suporte. Como estes dois efeitos podem afectar significativamente os binários nas juntas, optou-se por modelar estes efeitos da forma descrita mais adiante.

Um outro importante efeito que se está a ignorar é o desequilíbrio da estrutura quando apenas uma perna está em contacto com o chão. Este efeito pode ser visto como uma velocidade angular, em torno do eixo sagital da base da perna de suporte. Ou seja, a base da perna de balanço sofre uma rotação que não é modelada.

### 6.1.1 Obtenção do Modelo

A equação geral de um manipulador série com  $N$  troços, é da forma (6.1). Neste trabalho não se modela a dinâmica dos actuadores porque se quer estudar apenas as estruturas cinemáticas propostas. Assume-se que os actuadores, com controlo local que lhes está associado, são suficientemente rápidos para não influenciarem a dinâmica das estruturas propostas.

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + J(\theta)^t F_{ext} \quad (6.1)$$

Nesta equação,  $J(\theta)$  é o Jacobiano, escrito no referencial da ponta, e  $F_{ext}$  as forças e binários exteriores a actuarem na ponta do manipulador. O uso do Jacobiano permite a introdução de forças externas, sem ter que se calcular novamente o modelo do manipulador.

Na obtenção dos modelos, é feita a hipótese de massas pontuais, e os centros de massa de cada troço são colocados na posição indicada pelas figuras 3.6 e 3.7. A hipótese de massas pontuais faz-se admitindo que os actuadores são muito mais pesados que o troço, o que é de esperar.

Na figura 6.1, está esquematizada a modelação do robot bípede.

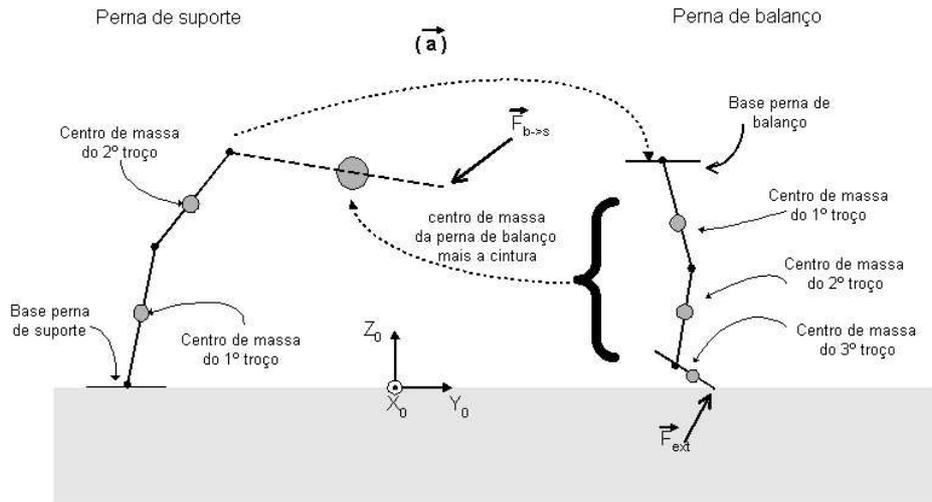


Figura 6.1: Modelação proposta do robot bípede

## Perna de Suporte

Para se obter o modelo da perna de suporte, considera-se que a base é o pé. A base é fixa, ou seja o atrito existente entre o pé de suporte e o solo é muito elevado, o que pode ser conseguido através de solas especiais (tal como os seres humanos o fazem). Como a base da perna de suporte é o pé, este troço não vai aparecer na equação da dinâmica, da perna de suporte. Na perna de suporte a junta do tornozelo actua sobre o troço do joelho, a junta do joelho sobre o troço da anca, e a junta da anca sobre o troço da cintura.

Tal como já foi referido, o centro de massa da cintura depende da configuração da perna de balanço, e as forças aplicadas na ponta do manipulador, resultantes do impacto e da reacção normal na perna de balanço, são introduzidas recorrendo ao jacobiano transposto. A expressão destas forças é obtida através da aplicação do algoritmo de Newton-Euler ao modelo da perna de balanço.

## Perna de Balanço

Na perna de balanço, a base é a cintura. Esta base é móvel e a sua aceleração linear é igual ao último troço da perna de suporte, que é a cintura. Neste modelo a junta da anca actua sobre o troço da anca, a do joelho sobre o joelho e a do pé sobre o pé. Neste caso, as forças e binários, resultantes do contacto entre o pé e o solo, foram consideradas e introduzidas directamente no algoritmo de Newton-Euler, na ponta do pé de balanço.

### 6.1.2 Modelação da Reacção Normal

A reacção normal que o chão exerce sobre a perna de balanço, é modelada para os dois tipos de andar estudados. O modelo usado para calcular a reacção normal está representado na figura 6.2, e resulta na expressão (6.2).

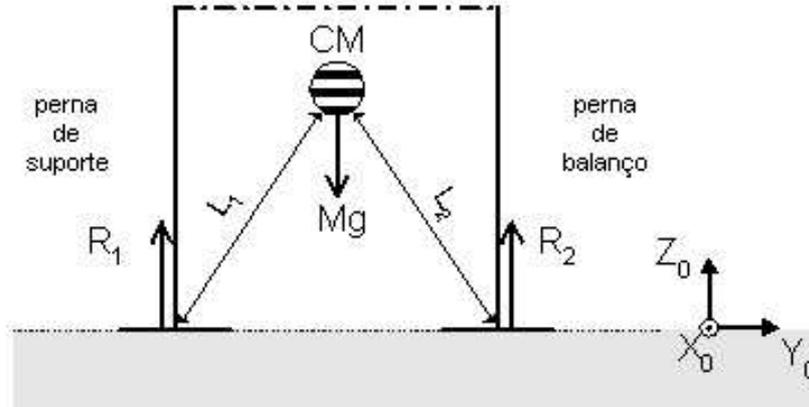


Figura 6.2: Modelação da reacção normal

$$\|R\| = \frac{L_y^1 g M}{L_y} , \text{ com } \vec{L} = \vec{L}^2 - \vec{L}^1 \quad (6.2)$$

Na expressão (6.2),  $M$  é a massa total do robot,  $g$  a aceleração da gravidade. A derivação desta expressão encontra-se em anexo. A expressão obtida permite calcular a reacção normal do chão, aplicada no pé de balanço. Esta força está aplicada na ponta do pé de balanço e também na ponta da cintura, que é o ultimo troço da perna de suporte.

### 6.1.3 Modelação do Impacto

No impacto do pé com o chão, o pé abranda muito rapidamente, mas não instantaneamente, de velocidade podendo existir um ou mais re-saltos. Existe também uma ligeira deformação do pé de balanço e do chão, no impacto. Uma forma de minimizar o efeito do impacto, é modificar a postura do robot durante o impacto, não impondo uma postura rígida. Outra é modificar o material de que é feito o pé de modo a que a sola do pé absorva parte do impacto com o chão. No caso da estrutura prismática, os actuadores dos joelhos podem ser usados para absorver parte do impacto. Para tal, esta estrutura teria o seu veio constituído por uma mola, servindo de amortecedor. Para incluir a modificação do actuator no modelo, adiciona-se no lado direito da equação (6.1), na junta do joelho, um termo de segunda ordem que modela o amortecedor. Este termo seria na forma (6.3),

em que  $m$  é a massa do amortecedor,  $b$  o atrito viscoso,  $K$  a constante da mola,  $d$  o deslocamento do amortecedor e  $F$  a força exercida pelo amortecedor. Estas constantes dependem das características físicas do amortecedor.

$$F = \ddot{d} + b\dot{d} + Kd \quad (6.3)$$

No modelo usado para o impacto, o pé é considerado um ponto e o chão é complacente. Ou seja, o pé no impacto não pára instantaneamente mas reduz muito rapidamente a sua velocidade e aceleração. A força resultante do impacto do pé de balanço com o chão é calculada de acordo com a figura 6.3.

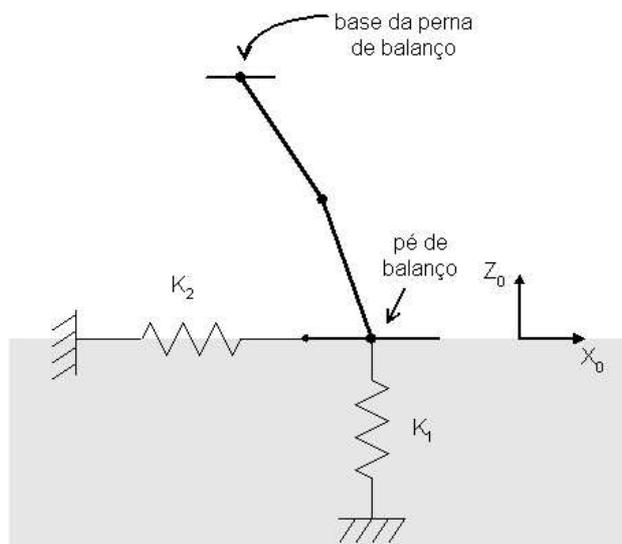


Figura 6.3: Modelação do impacto do pé de balanço com o chão

A força do impacto tem duas componentes:  $F_z$  e  $F_x$ , cuja expressão é (6.4).

$$F_z = K_1 \Delta_z \quad (6.4)$$

$$F_x = K_2 \Delta_x$$

Na expressão (6.4),  $\Delta_x$  e  $\Delta_z$  são os deslocamentos que o pé de balanço efectua quando ocorre o impacto. O deslocamento segundo  $Z_0$ , resulta da modelação do impacto pois considera-se que o chão é complacente e portanto deforma-se no impacto. Actuando na constante da mola  $K_1$ , pode-se modificar a severidade do impacto.

O deslocamento segundo  $X_0$ ,  $\Delta_x$ , é considerado apenas devido à forma como se geram as referências. O robot no andar humano não efectua o passo com o comprimento desejado

porque devido ao desequilíbrio durante a fase de voo, esta tem uma duração menor do que o planeado. Assim, após o impacto o pé de balanço arrasta-se no chão até à posição final, pois não se geraram novas referências para a perna de balanço se manter imóvel. Como se assumiu que o atrito entre os pés e o chão é elevado, este deslocamento tem de ser pequeno. Para o conseguir, sem re-calcular referências, introduz-se uma força de atrito muito elevada que efectivamente impede o pé de se mover para a frente.



# Capítulo 7

## Controlo do Andar

O controlo do robot bípede foi dividido em dois níveis. O primeiro regula o modo de andar gerando as referências para os actuadores, em função da configuração actual do robot. Este controlo é feito *a priori*, na geração de movimentos e referências, em que foi testada a estabilidade de cada um dos diferentes passos. É também efectuado em tempo real usando uma rede de Petri para gerar as referências correctamente.

O segundo nível actua directamente sobre as juntas recebendo as referências determinadas em função do passo a executar. Este é o controlador que gera os binários para cada uma das juntas. O robot foi dividido em perna de suporte e perna de balanço, tendo cada uma um controlador. Isto significa que o controlador da perna de balanço, por exemplo, num instante actua sobre perna esquerda e num instante mais à frente controlará a perna direita. Do ponto de vista do controlador da perna de balanço, este vê sempre o mesmo modelo. No entanto, num instante os ângulos de junta que compõem o modelo da perna de balanço correspondem à perna esquerda e noutra instante, corresponderão à perna direita.

O principal problema de controlo reside no instante em que se faz a comutação entre a perna suporte e a perna de balanço. Por exemplo, para o controlador da perna de balanço, no instante imediatamente anterior à comutação, o modelo da perna de balanço é descrito pelos ângulos de junta da perna esquerda. No instante imediatamente seguinte à comutação, o modelo da perna de balanço é descrito pelo ângulos de junta da perna direita. No instante da comutação, o modelo da perna de balanço move-se instantaneamente de uma localização no espaço de estados para outra localização. Este "salto" efectuado pelo modelo pode levar à instabilidade do sistema de controlo. No entanto, como no instante da comutação as referências também são trocadas, o erro do ponto de vista do controlador

será pequeno o que diminui a possibilidade de instabilidade. Este mesmo problema aparece no controlador da perna de suporte.

## 7.1 Redes de Petri Utilizadas

As redes de Petri utilizadas apenas geram as referências para cada passo, em função da configuração do robot. Para tal, foram colocados quatro sensores de contacto em cada pé de forma a que seja possível determinar se o pé de balanço está totalmente apoiado no chão, inclinado sobre o chão ou no ar. Esta informação, assim como os ângulos de junta, é usada pela rede de Petri para decidir quando e quais as referências que deve de gerar.

Na figura 7.1, está a representada a rede de Petri usada para controlar o *Moonwalking*.

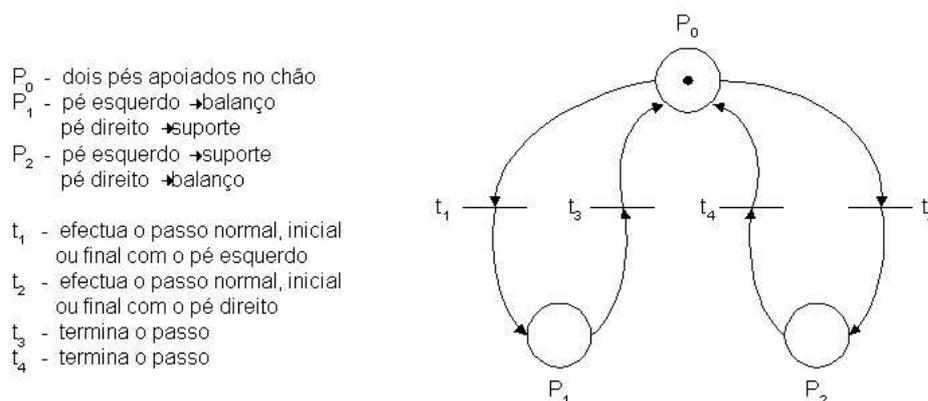


Figura 7.1: Rede de Petri do *Moonwalking*

A rede de Petri é muito simples, pois serve apenas para gerar as referências para os controladores das juntas. Como tal, esta rede não possui nenhum esquema de rejeição de perturbações do andar. A rede também usa a informação dos valores das juntas para gerar as referências, tendo em atenção a configuração inicial do robot, mas assumindo que os sensores de posição das juntas são ideais. Numa situação real, a rede poderia levar o robot para a instabilidade pois assumiria uma postura errada do robot no instante de gerar as referências.

A rede de Petri que controla o andar humano está representada na figura 7.2.

Esta rede é tem mais lugares e transições pois existem mais fases que devem de ser

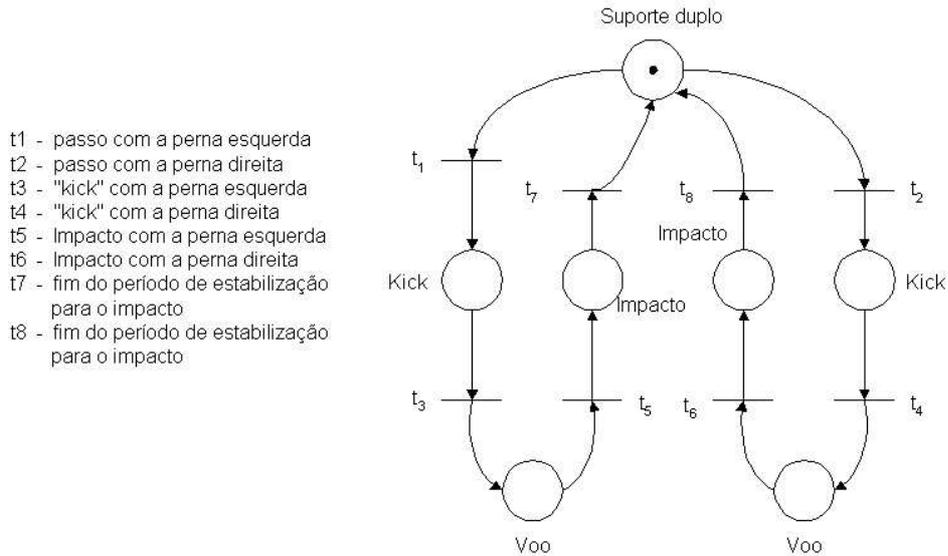


Figura 7.2: Rede de Petri do andar humano

detectadas no andar humano, tais como a fase de voo e o impacto. Tal como a rede do *Moonwalking*, esta rede não possui qualquer esquema de rejeição de perturbações e assume que os sensores são ideais. Novamente, devido aos erros presentes nos sensores de posição das juntas, a rede poderá a levar o robot para a instabilidade.

## 7.2 Tipo de Controlador de Juntas Usado

Assume-se que se possuem sensores para medir os ângulos de junta e também as velocidades de juntas separadamente. O modelo geral de qualquer uma das pernas é (6.1). O controlador de juntas utilizado é um controlador particionado com um termo de robustez. Decidiu-se utilizar este controlador porque é um tipo de controlador utilizado no controlo de manipuladores robóticos, para o seguimento de trajectórias. Uma outra razão é que se espera que o controlador, devido ao termo de robustez, consiga atenuar os efeitos da comutação entre a perna de suporte e a perna de balanço. Na figura 7.3 está representado o esquema de controlo de juntas utilizado.

O controlador não tem acesso ao modelo exacto da perna que controla, seja a perna de suporte ou a perna de balanço. Na perna de balanço, o termo  $G(\theta)$  depende da aceleração da base da perna de balanço,  $\dot{V}_b(\ddot{\theta}_s, \dot{\theta}_s, \theta_s)$ . Este termo,  $\dot{V}_b$ , depende da aceleração, velocidade e posição das juntas da perna de suporte. Como se possuem sensores para ler a velocidade e posição das juntas do robot, este termo pode ser aproximado através de:

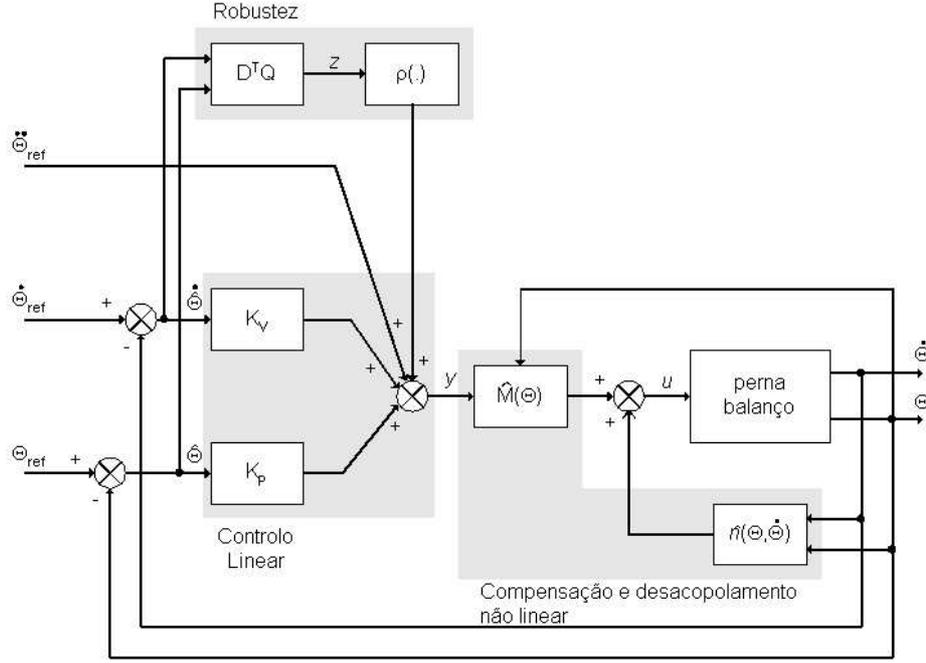


Figura 7.3: Esquema do controlador particionado com um termo de robustez

$$\hat{V}_b(0, \dot{\theta}_s, \theta_s) \simeq \dot{V}_b(\ddot{\theta}_s, \dot{\theta}_s, \theta_s)$$

No caso da perna de suporte, a posição do centro de massa da perna de balanço também pode ser estimado usando os sensores de posição da perna de balanço.

A reacção normal também pode ser quantificada, usando o valor na situação em que robot está em repouso. Durante o *Moonwalking*, o seu módulo é constante pelo que o erro resultante será pequeno. No andar humano, quando o pé está no ar não existe reacção normal aplicada no pé de balanço e no impacto a força aplicada é superior à reacção normal. Nesta situação o erro cometido será maior, mas durante a simulação verificou-se que a performance do controlador melhorava quando se modelavam as forças exteriores, ainda que de uma forma muito aproximada.

O modelo que o controlador da perna de suporte utiliza é (7.1), enquanto que o modelo (7.2) é utilizado pelo controlador da perna de balanço.

$$\tau_s = \hat{M}_s(\theta)\ddot{\theta} + \hat{V}_s(\dot{\theta}, \theta) + \hat{G}_s(\theta) \quad (7.1)$$

$$\tau_b = \hat{M}_b(\theta)\ddot{\theta} + \hat{V}_b(\dot{\theta}, \theta) + \hat{G}_b(\theta) \quad (7.2)$$

Em (7.1) e (7.2)  $\hat{B}$  significa a estimativa de  $B$ . Os modelos da perna de suporte e de balanço não são perfeitamente conhecidos devido às aproximações feitas, ao estimar-se a

aceleração da base e as forças na ponta do pé. Nos modelos que os controladores utilizam, não se modelou o atrito das juntas nem as forças exteriores, efeitos modelados nos modelos da perna de suporte e da perna de balanço.

Usando um controlador particionado robusto para cada uma das pernas, chega-se a uma lei de controlo geral na forma (7.3).

$$u = \hat{M}(\theta)(\ddot{\theta}_d + K_V\dot{\tilde{\theta}} + K_P\tilde{\theta} + w) + \hat{V}(\dot{\theta}, \theta) + \hat{G}(\theta) \quad (7.3)$$

Na lei de controlo (7.3),  $K_V$  e  $K_P$  são matrizes diagonais e positivas definidas que estabelecem o comportamento dinâmico do erro do sistema,  $\ddot{\theta}_d$  é a aceleração desejada para as juntas,  $\dot{\tilde{\theta}}$  é o erro de velocidade e  $\tilde{\theta}$  o erro de posição do sistema. O termo  $w$  é o termo que garante robustez face aos erros dos modelos usados no controlo. A expressão para este termo encontra-se em apêndice.

Para que o controlador seja robusto face às variações dos parâmetros estimados, é necessário que as condições (7.4), (7.5) e (7.6) sejam cumpridas, para qualquer um dos controladores.

$$\sup_{t \geq 0} \|\ddot{\theta}_d\| < Q_M < \infty \quad \forall \ddot{\theta}_d \quad (7.4)$$

$$\|I - M^{-1}(\theta)\hat{M}(\theta)\| \leq \alpha \leq 1 \quad \forall \theta \quad (7.5)$$

$$\|\hat{G}(\theta) - V(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta)\| \leq \Phi \leq \infty \quad \forall \theta, \dot{\theta} \quad (7.6)$$

A primeira condição, (7.4), impõe que as acelerações das juntas ao longo da trajectória sejam limitadas, o que é satisfeito pela geração de referências para a perna de suporte e para a perna de balanço.

A condição (7.5) é cumprida para ambos os controladores, desde que os erros nos sensores de juntas sejam limitados.

A última condição, (7.6), impõe que as velocidades de junta sejam limitadas. Estas velocidades vão limitadas se os erros nos sensores de velocidade forem limitados. Nos termos  $V$  e  $G$  encontram-se modelados o atrito viscoso das juntas e as forças estáticas externas. Considerando o caso ideal em que não existem erros nos sensores, as forças e os atritos nas juntas devem de ser limitados, para que a condição (7.6) seja cumprida.



# Capítulo 8

## Simulação dos Modelos Dinâmicos

Neste capítulo são efectuadas simulações do movimento das duas estruturas, utilizando os modelos dinâmicos calculados anteriormente. Pretende-se investigar o comportamento do controlador das juntas face a erros nos sensores, folgas nas juntas e também saturação dos binários que os actuadores fornecem. Nesta simulação não são introduzidos erros nos valores que a rede de Petri que controlam o andar, pois estas não possuem qualquer esquema de rejeição de erros.

O comportamento do controlador vai ser classificado de acordo com os critérios de estabilidade definidos atrás. Ou seja, interessa que o controlador de juntas seja capaz de manter o robot numa configuração estável, mesmo que o erro no seguimento da trajectória seja grande.

O método de simulação baseia-se na equação geral do manipulador, (6.1), utilizando (8.1) para se obterem as acelerações das juntas.

$$\ddot{\theta} = M(\theta)^{-1}(\tau - V(\dot{\theta}, \theta) - G(\theta) - J^t F_{ext}) \quad (8.1)$$

O determinante da matriz das massas é uma função polinomial dos comprimentos dos troços e das respectivas massas. Se as dimensões dos troços e as suas massas forem inferiores à unidade, o determinante também será pequeno, o que poderá dificultar a simulação numérica do robot bípede.

Na simulação das duas estruturas, todas as massas são de 0.5 Kg e os comprimentos de cada troço são os utilizados na simulação cinemática, e estão indicados na tabela 4.1.

## 8.1 Simulação Dinâmica do *Moonwalking*

Os parâmetros da simulação do *Moonwalking* estão na tabela 8.1.

Parâmetros	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Tempo de simulação	6.5 s	6.5 s
Número de passos	3	3
Dimensão de cada passo	0.08 m	0.08 m
Duração de cada passo	2 s	2 s
Controlador		
$\xi$	$1 \times 10^{-3}$	$4 \times 10^{-2}$
$\rho$ , perna de suporte	50	50
$\rho$ , perna de balanço	10	10

Tabela 8.1: Parâmetros da simulação dinâmica do *Moonwalking*

Consideram-se dois tipos de situações: a situação ideal em que não existem erros nos sensores, folgas nas juntas ou saturação nos binários dos motores. Na outra situação, mais próxima da realidade, consideram-se erros nos sensores, folgas nas juntas e existem limites para os binários dos actuadores. Em ambas as situações, a estabilidade do andar e a amplitude da oscilação da anca são comparadas com o previsto pela simulação cinemática.

### 8.1.1 Situação Ideal

Nesta simulação não existem erros nos sensores, saturações nos motores ou folgas nas juntas. Nas figuras 8.1, 8.2 e 8.3 estão representados os binários aplicados nas juntas das ancas, joelhos e tornozelos respectivamente.

A amplitude dos binários, para as duas estruturas, é baixo porque o movimento é lento. Existem transições bruscas nos binários porque no *Moonwalking* o robot chega e parte dos pontos de via com velocidades nulas, o que obriga a descontinuidades nas acelerações das juntas. Os binários na estrutura de revolução são mais elevados porque o robot move-se com os joelhos sempre flectidos, o que introduz um offset no valor do binário exigido pelo movimento. Na estrutura prismática, a força aplicada pela junta do joelho é aproximadamente igual em módulo devido à modelação da reacção normal.

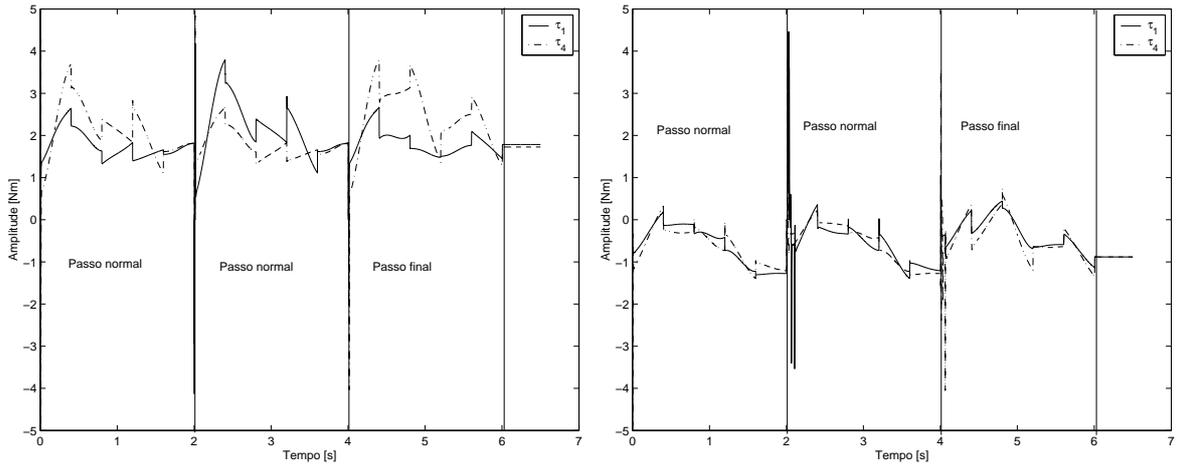


Figura 8.1: Binários aplicados nas juntas das ancas durante o *MoonWalking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

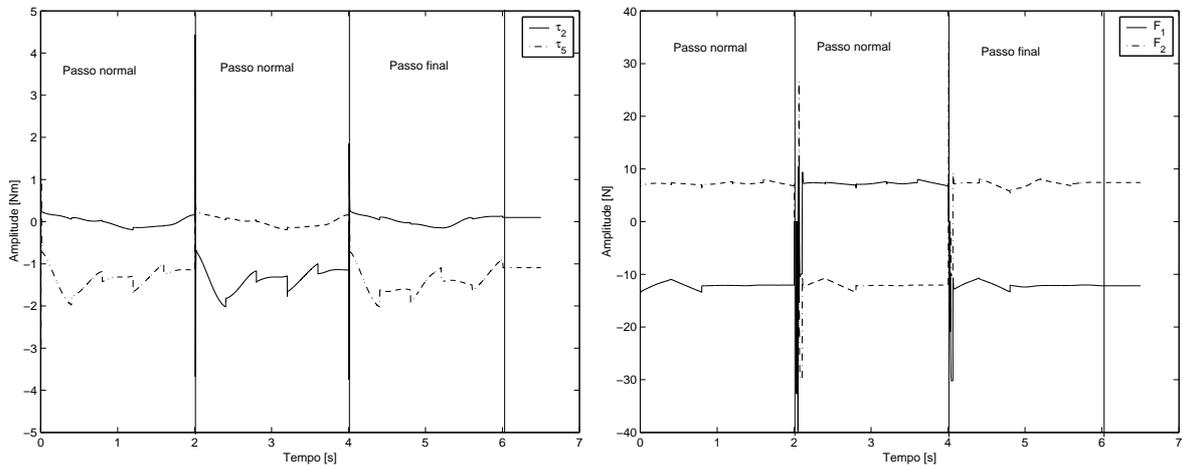


Figura 8.2: Binários aplicados nas juntas dos joelhos durante o *MoonWalking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

### 8.1.2 Situação Real

Numa estrutura real existirão perturbações tais como: erros nos sensores, folgas nas juntas e saturação nos binários dos actuadores, pelo que é necessário determinar o comportamento do robot face a estas perturbações. Os erros nos sensores foram modelados como sinais gaussianos de média nula, sendo a variância a magnitude do erro.

Assumiu-se que os sensores de posição das juntas têm uma variância do erro,  $\sigma_{pos}^2$ , de 0.1% da amplitude máxima da junta e que os sensores de velocidade têm uma variância do erro,  $\sigma_{vel}^2$ , de 1% da velocidade máxima da junta. Os valores máximos foram obtidos com a simulação cinemática do andar e estão indicados nas tabelas 4.3.1 e 4.3.1. As juntas têm uma folga de 1% do valor máximo da junta. Na tabela 8.1.2, estão indicados os valores

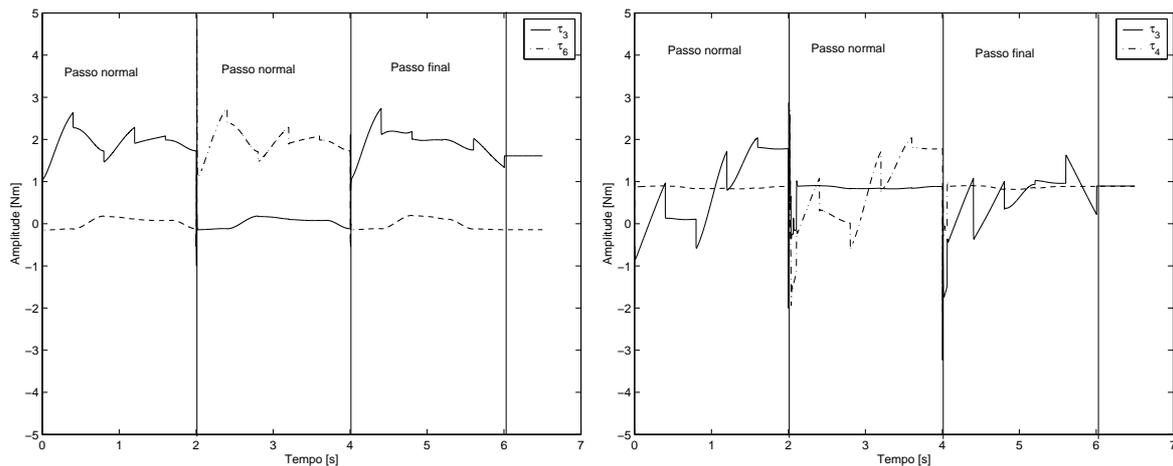


Figura 8.3: Binários aplicados nas juntas dos tornozelos durante o *Moon Walking*. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática usados para as folgas e para os binários máximos de cada junta.

Parâmetro	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Amplitude da folga na junta	0.21°, 2 mm e 0.26°	0.19°, 0.29° e 0.15°
Binários máximos para cada junta	30 Nm, 60 N e 30 Nm	30 Nm, 30 Nm e 30 Nm

Tabela 8.2: Amplitude das folgas das juntas e valores máximos para os binários no *Moonwalking*

Nas figuras 8.4, 8.6 e 8.8 estão representados o ângulo de rotação da cintura, a margem de estabilidade e a distância do ZMP ao polígono de suporte para a estrutura de revolução, durante o *Moonwalking*. Nestas figuras são comparadas o comportamento puramente cinemático do robot e o seu comportamento com a introdução de dinâmica sem erros e com a introdução de perturbações. Nas figuras 8.5, 8.7 e 8.9 estão representadas as mesmas grandezas, mas para a estrutura prismática.

A rotação da cintura tem um andamento diferente, comparando o movimento cinemático e o movimento com dinâmica. Este facto deve-se a que o controlador da perna de balanço tem um erro de seguimento de trajetória grande. No entanto, a amplitude da rotação da cintura não se alterou significativamente. A margem de estabilidade também praticamente não alterou o seu valor com a introdução de dinâmica na estrutura. Quando se introduziram perturbações, a margem de estabilidade e o ângulo de rotação da cintura não quase não se alteram quando comparados com o movimento dinâmico sem perturbações.

Em  $t = 2, 4, 6$ , termina o passo e dá-se a troca de pernas. Na troca de pernas, os ângulos de junta oscilam ligeiramente, pois passam de um valor final da perna de suporte para o valor inicial da perna de balanço e vice-versa. Por esta razão, o robot nestes instantes

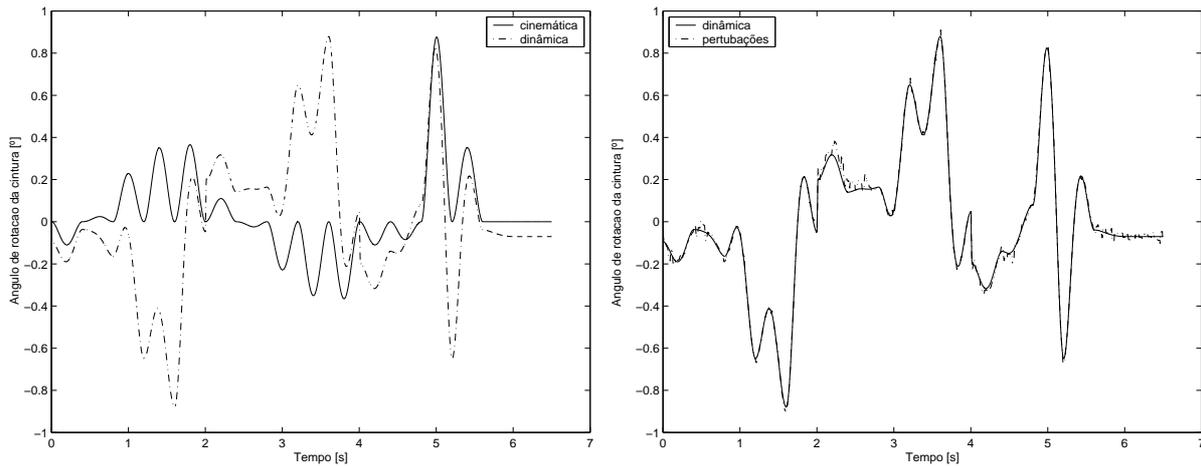


Figura 8.4: Ângulo de rotação da cintura durante o *MoonWalking* para a estrutura de revolução. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

treme um pouco, podendo levantar o pé do chão. Desta forma, nestes instante a margem de estabilidade e a rotação na cintura tem uma variação muito brusca. No caso da margem de estabilidade, o robot pode mesmo ficar instável mas apenas por alguns instantes.

O referencial do mundo, num passo, está alinhado com o pé de suporte. Quando se efectua a troca de pernas, o referencial do mundo também sofre uma mudança súbita. Do ponto de vista do ZMP, é como se o robot fosse puxado muito rapidamente para trás. Assim, nos instantes em que se dá a comutação, o ZMP tem picos negativos devidos apenas à forma de calcular o ZMP. No entanto, quando se introduz dinâmica nas estruturas o movimento continua estável pois o ZMP continua contido dentro do polígono de suporte. Com a introdução de perturbações, o ZMP sai fora do polígono de suporte (distância negativa). Tal deve-se a que os actuadores não têm dinâmica, e assim o controlador responde imediatamente de modo a anular os erros, o que leva a estrutura a "tremar", o que causa a saída do ZMP fora do polígono de suporte.

## 8.2 Simulação Dinâmica do Andar Humano

Os parâmetros da simulação do andar humano estão na tabela 8.2.

Tal como foi feito para o *Moonwalking*, foram simuladas duas situações: a ideal e a real. Para ambas são analisados os critérios de estabilidade do andar.

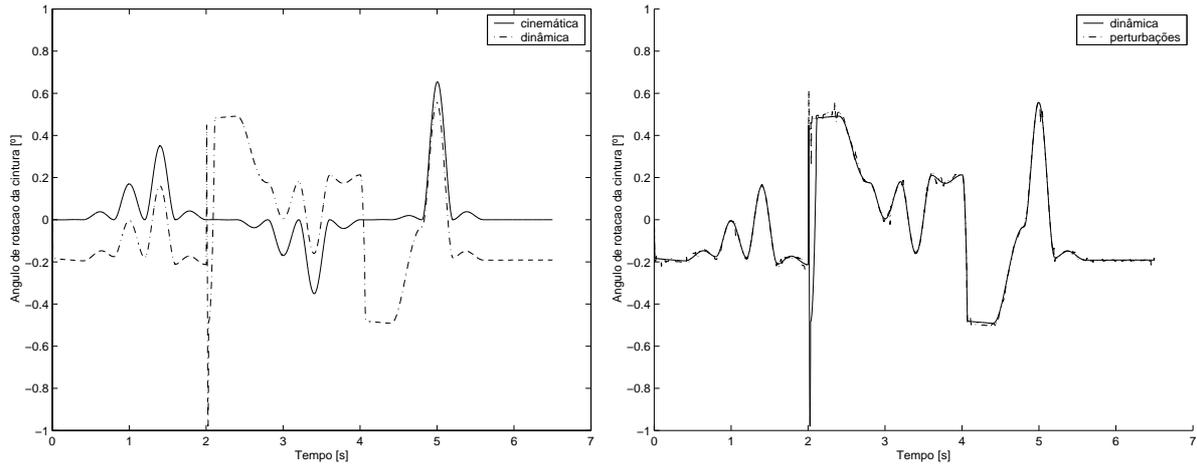


Figura 8.5: Ângulo de rotação da cintura durante o *MoonWalking* para a estrutura prismática. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

Parâmetros	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Tempo de simulação	0.5 s	0.5 s
Número de passos	3	3
Dimensão de cada passo	0.1 m, 0.1 m e 0.05 m	0.1 m, 0.1 m e 0.05 m
Duração de cada passo	0.1 s, 0.1 s e 0.05 s	0.1 s, 0.1 s e 0.05 s
Controlador		
$\xi$	$1 \times 10^{-3}$	$4 \times 10^{-2}$
$\rho$ , perna de suporte	50	50
$\rho$ , perna de balanço	50	50

Tabela 8.3: Parâmetros da simulação dinâmica do andar humano

### 8.2.1 Situação Ideal

Esta situação é análoga situação ideal do *Moonwalking*. Nas figuras 8.10, 8.11 e 8.12 estão representados os binários aplicados nas juntas das ancas, joelhos e tornozelos respectivamente durante o andar humano, para as duas estruturas.

Pode-se notar que os binários são muito mais elevados do que no *Moonwalking* porque o andar humano necessita de acelerações maiores. Os binários máximos necessários ao movimento são semelhantes para as duas estruturas. Neste tipo de andar as juntas prismáticas dos joelhos têm que aplicar uma força superior à necessária no *Moonwalking* porque têm que levantar e baixar a estrutura mais rapidamente, e também absorver parte da força de impacto.

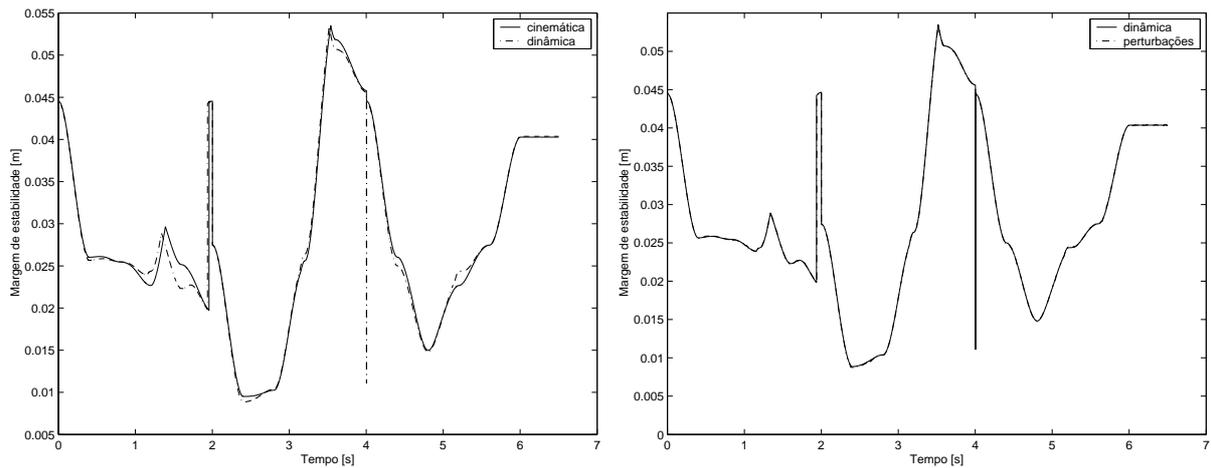


Figura 8.6: Margem de estabilidade durante o *MoonWalking* para a estrutura de revolução. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

Verificou-se durante a simulação que iniciar o movimento imediatamente após a troca de pernas levava à instabilidade da simulação. Optou-se por se introduzir um tempo de espera após a troca de pernas, para permitir aos controladores recuperar da comutação entre pernas. Esta opção leva a que a velocidade média durante o andar seja menor. Também se verificou que o pé de balanço embatia no chão um pouco antes do determinado. A introdução de uma força para contrariar o movimento não foi suficiente para contrariar por completo o deslize do pé no chão.

A força que é aplicada ao robot no instante do impacto é a soma da reacção normal com a força calculada de acordo com (6.4). No instante anterior ao impacto, o robot as forças aplicadas no pé de balanço são nulas. No instante do impacto são não nulas. Verificou-se que a variação das forças aplicadas, no impacto, não pode ser muito grande para evitar que o pé do robot ressalte no chão. Por esta razão, a força dada por (6.4), tem uma componente segundo  $Z$  da com um valor igual a metade do peso do robot enquanto que a componente segundo  $X$ , tem um valor igual ao peso do robot.

## 8.2.2 Situação Real

A variância dos erros nos sensores de posição e velocidade têm a mesma grandeza que no *Moonwalking*, em que os valores máximos utilizados provêm da simulação cinemática do andar humano. Na tabela 8.2.2 estão indicadas as amplitudes das folgas e os valores máximos para os binários nos actuadores. A amplitude das folgas nas juntas é de 1% do valor máximo dos valores de posição das juntas.

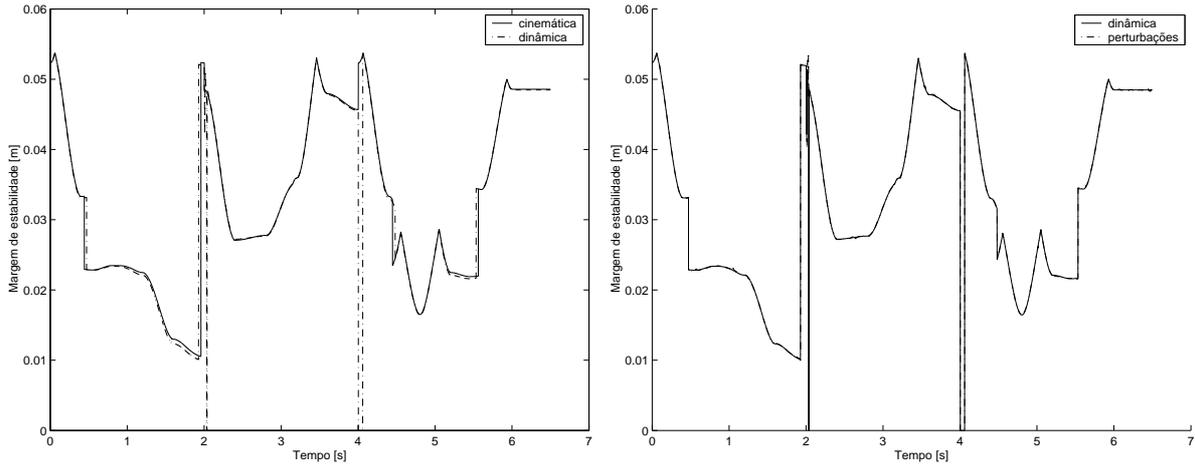


Figura 8.7: Margem de estabilidade durante o *MoonWalking* para a estrutura prismática. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

Parâmetro	Estrutura Prismática	Estrutura de Revolução
Amplitude da folga na junta	0.09°, 2 mm e 0.09°	0.13°, 0.37° e 0.18°
Binários máximos para cada junta	100 Nm, 400 N e 300 Nm	80 Nm, 80 Nm e 80 Nm

Tabela 8.4: Amplitude das folgas das juntas e valores máximos para os binários no andar humano

Nas figuras 8.13 e 8.15 estão representados o ângulo de rotação da cintura e a localização do ponto  $F$  em  $X$ , para a estrutura de revolução, durante o andar humano. Nestas figuras, à semelhança do que foi feito para o *Moonwalking*, são comparadas o comportamento puramente cinemático do robot e o seu comportamento com a introdução de dinâmica sem erros e com a introdução de perturbações. Nas figuras 8.14 e 8.16 estão representadas as mesmas grandezas, mas para a estrutura prismática.

O ângulo de rotação da cintura também tem um andamento diferente quando se introduz dinâmica nas estruturas, mas a sua amplitude máxima não aumenta. A introdução de perturbações não altera significativamente o ângulo de rotação da cintura.

A localização do ponto  $F$  segundo  $X$ , no movimento cinemático foi calculada pondo o valor dos binários,  $\tau_x$  e  $\tau_y$ , a zero. Pode-se ver que a localização deste ponto segundo  $X$  afasta-se muito do polígono de suporte, mesmo na situação puramente cinemática, pelo que se poderá concluir que qualquer das estruturas terá grandes dificuldades em mover-se utilizando o andar humano. Este facto está em acordo com o ZMP durante o andar humano, representado na figura 5.7. Com a introdução de dinâmica, o ponto  $F$  tem uma movimentação diferente, mas com picos de amplitude nos mesmos instantes que o binário

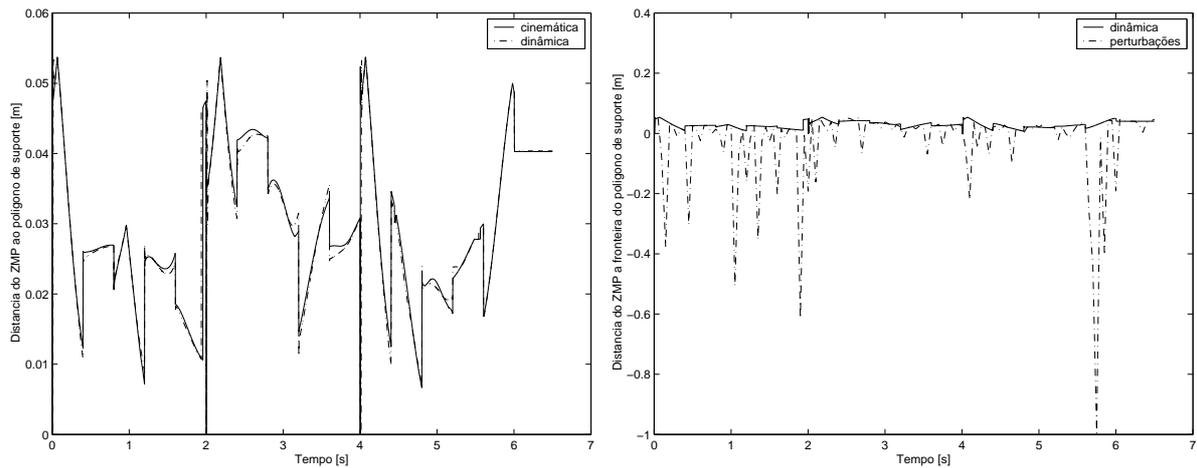


Figura 8.8: Distância do ZMP ao polígono de suporte, durante o *MoonWalking* para a estrutura de revolução. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

do tornozelo de suporte. A introdução de perturbações introduz os mesmos efeitos que no ZMP, mas devido a entrar-se em conta o binário da perna de suporte, estes "tremores" são atenuados.

A comutação de pernas é efectuada nos instantes 0.15s e 0.35s, e nestes instantes o robot efectua movimentos muito rápidos, devido à comutação e levanta a perna do chão. Por esta razão é que aparecem picos na localização do ponto  $F$ .

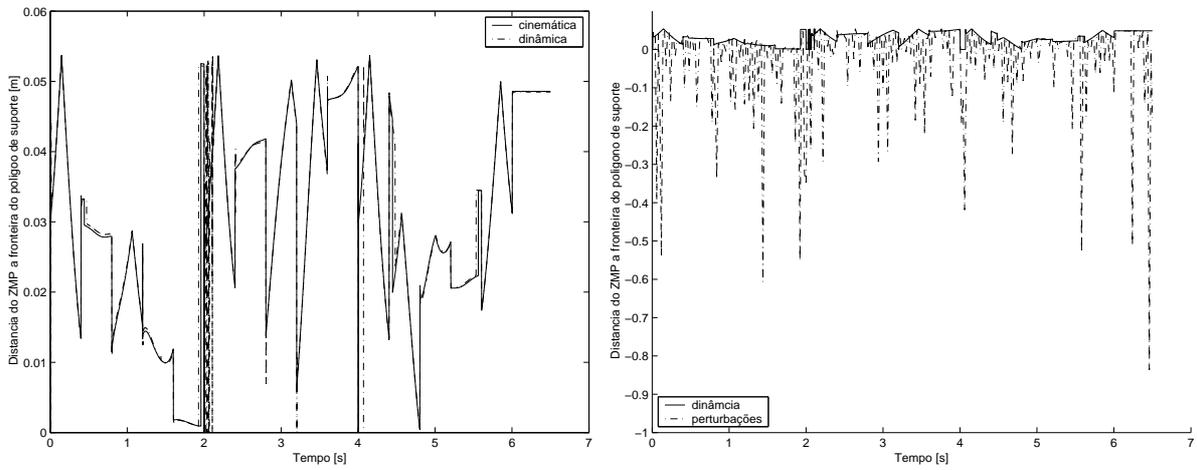


Figura 8.9: Distância do ZMP ao polígono de suporte, durante o *MoonWalking* para a estrutura prismática. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

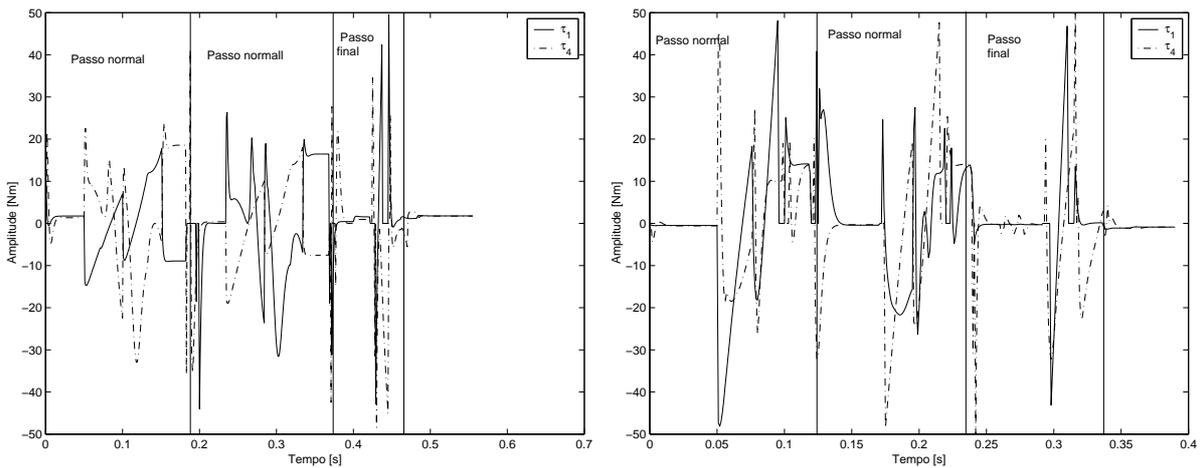


Figura 8.10: Binários aplicados nas juntas das ancas durante o andar humano. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

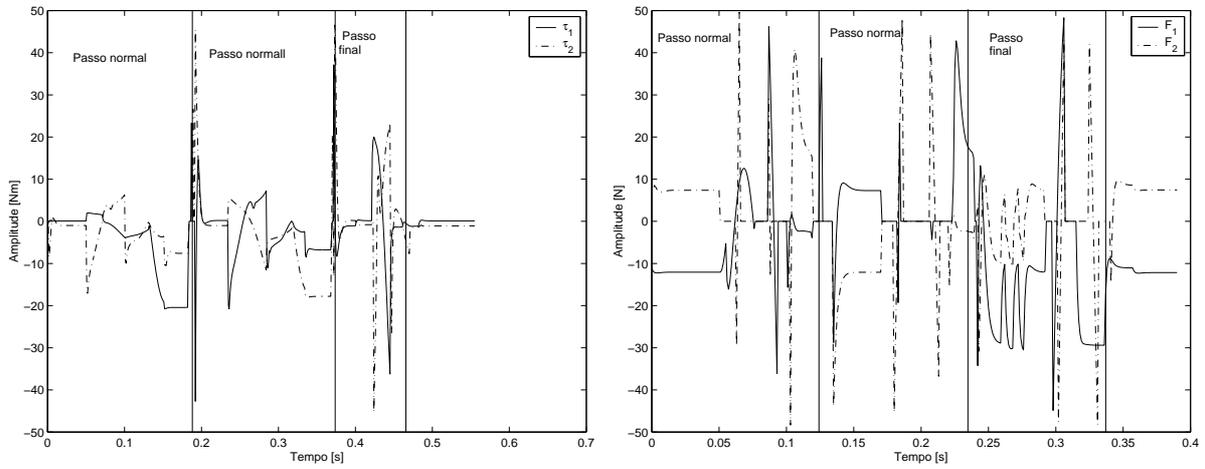


Figura 8.11: Binários aplicados nas juntas dos joelhos durante o andar humano. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

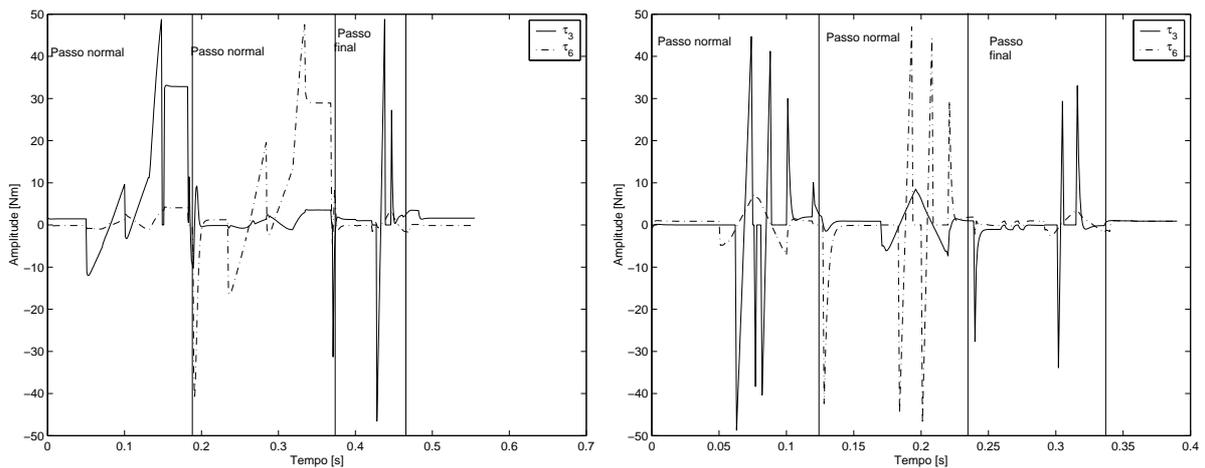


Figura 8.12: Binários aplicados nas juntas dos tornozelos durante o andar humano. Na figura da esquerda está a estrutura de revolução e na figura da direita a estrutura prismática

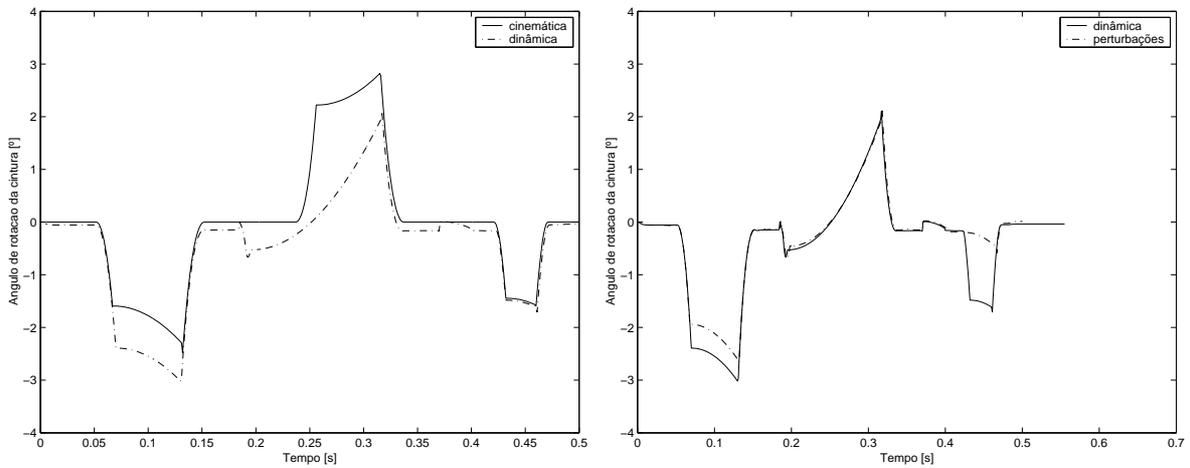


Figura 8.13: Ângulo de rotação da cintura durante o andar humano, para a estrutura de revolução. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

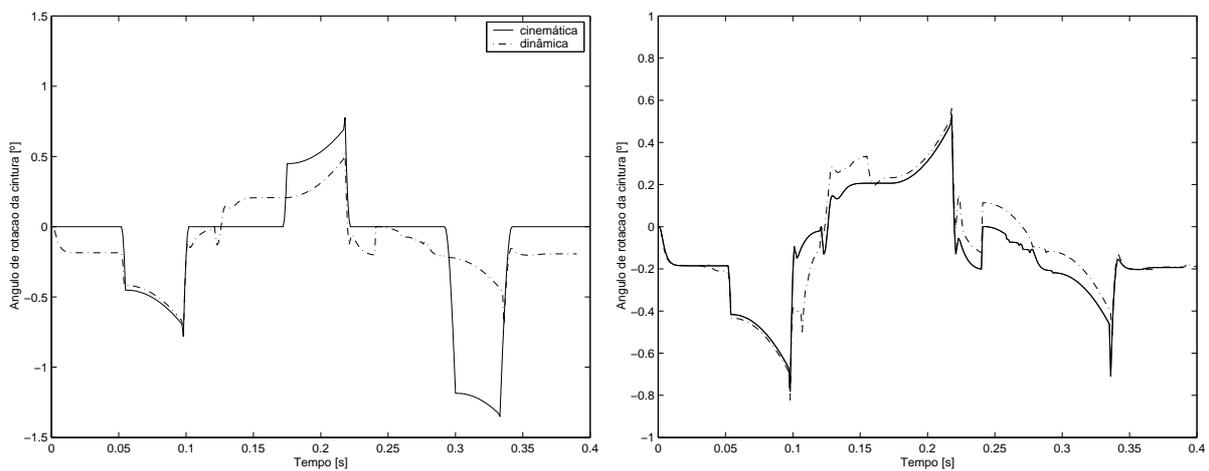


Figura 8.14: Ângulo de rotação da cintura durante o andar humano, para a estrutura prismática. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

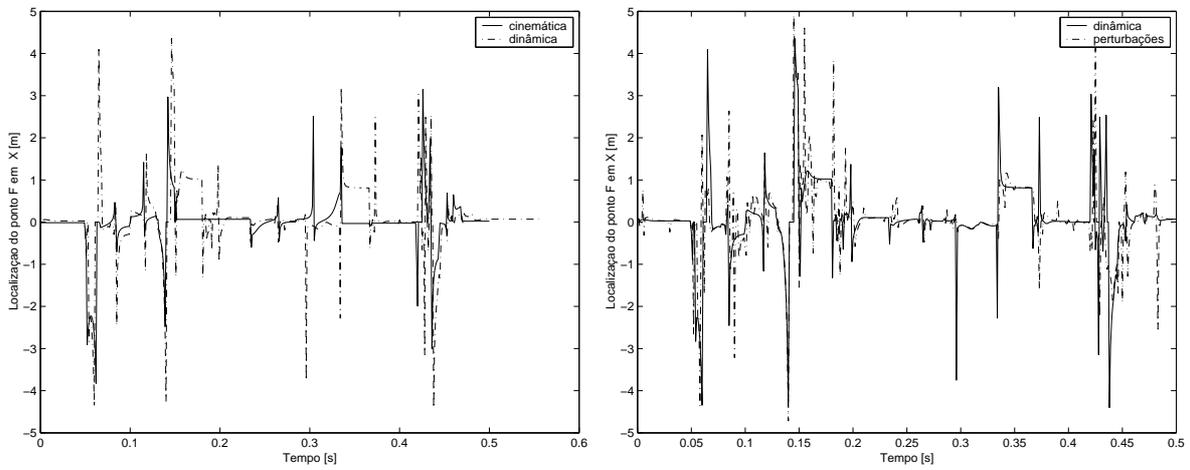


Figura 8.15: Localização em  $X$  do ponto F durante o andar humano, para a estrutura de revolução. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações

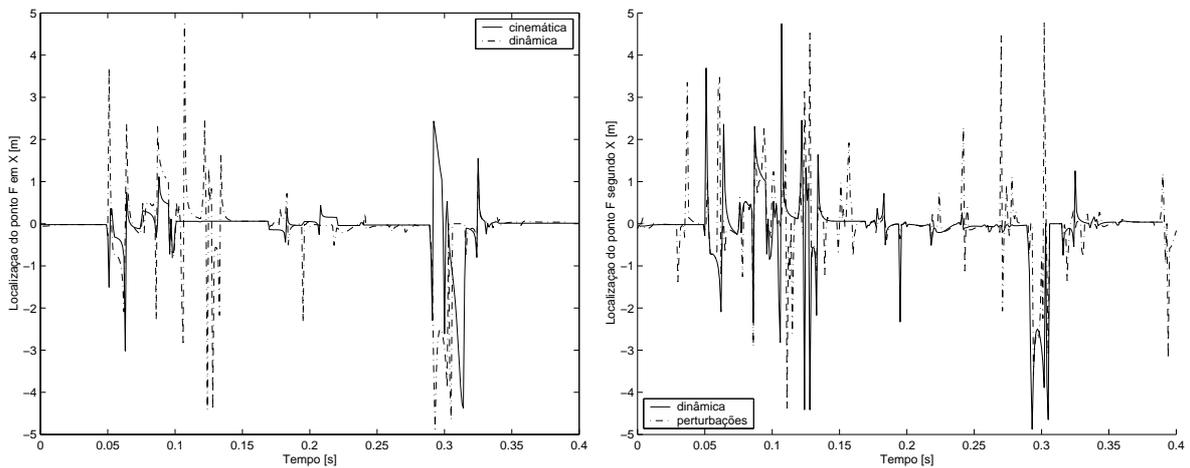


Figura 8.16: Localização em  $X$  do ponto F durante o andar humano, para a estrutura prismática. Na figura da esquerda está a situação cinemática *versus* dinâmica. Na figura da direita a dinâmica *versus* dinâmica com perturbações



# Capítulo 9

## Conclusões

Neste trabalho foram estudados dois modos de andar implementados em duas estruturas cinemáticas diferentes.

O *Moonwalking* é sempre estável ao longo do movimento, por oposição ao andar humano que tem períodos de instabilidade. No entanto o *Moonwalking* é mais lento e efectua passos de menor dimensão que o andar humano. Também tem a desvantagem não se poder movimentar em terreno muito acidentado. Outra desvantagem do *Moonwalking* deve-se a que o pé de balanço deve de seguir uma linha recta no espaço cartesiano. Para limitar o erro de seguimento, e para evitar que o pé de balanço saia do chão, tem de se especificar velocidades nulas nos pontos de via. O movimento fica menos uniforme, quando comparado com o andar humano.

O andar humano tem no entanto um período do andar em que o robot está numa situação de instabilidade. Este período deve de ser obrigatoriamente rápido, o que obriga a ter melhores e mais potentes actuadores. Mas com este andar, o robot pode se movimentar em terrenos mais acidentados pois apenas precisa de dois pontos de apoio durante o andar.

As duas estruturas propostas, de revolução e prismática, são capazes de efectuar o *Moonwalking*, sendo que na estrutura prismática a oscilação da cintura é menor. Esta estrutura também tem a vantagem de poder variar mais o comprimento da perna enquanto que a estrutura de revolução tem um comprimento fixo. Esta vantagem pode ser utilizada na movimentação em terrenos acidentados.

Também devido ao facto da estrutura de revolução ter de se mover com os joelhos flectidos, os binários necessários para a movimentação das duas estruturas são semelhantes.

O andar humano será difícil de implementar com sucesso em qualquer das duas estruturas porque nenhuma possui meios de alterar a posição do centro de massa, do ZMP ou do ponto  $F$ , segundo  $Y_0$ . Para evitarem o desequilíbrio, estas estruturas tem de efectuar movimentos muito rápidos, o obriga a um grande stress mecânico nas juntas e também a actuadores muito melhores do que os necessários para o *Moonwalking*.

Os binários e as velocidades das juntas para o *Moonwalking* têm uma magnitude que permite implementar este andar em qualquer das estruturas, de acordo com os catálogos de motores e actuadores consultados. No entanto, para o andar humano são necessários binários substancialmente mais elevados assim como velocidades também mais elevadas, o que significa necessariamente actuadores mais potentes.

As perturbações que se admitiram para ambos os tipos de andar são pequenas, mas os actuadores ,regra geral, podem ser acompanhados por sensores com erros da dimensão utilizada neste trabalho.

O controlador utilizado para as juntas não foi capaz de controlar qualquer uma das estruturas de forma satisfatória, existindo sempre erros grandes no seguimento de trajectórias, em especial para a perna de balanço. Também não foram capazes de anular eficazmente as perturbações introduzidas.

Do ponto de vista do controlo de juntas ambas as estruturas apresentam sensivelmente os mesmos problemas, mas a estrutura prismática por ser "mais linear" é mais facilmente controlável. No entanto, a estrutura de revolução por ter uma massa menor na cintura, tem uma melhor performance no que diz respeito às medidas de estabilidade.

## 9.1 Trabalho futuro

A introdução de uma massa de balanço na cintura, sob a forma de uma cauda, teria uma influência benéfica no controlo da posição do centro de massa do robot. Com este novo troço, poder-se-ia utilizar um andar humano mais lento o que ajudaria à sua implementação em qualquer das estruturas.

O controlador das juntas também deverá ser modificado pois não se conseguiu uma boa rejeição de perturbações e erros de seguimento da trajectória baixos. Um novo controlador do modo de andar também poderia influenciar de forma positiva a estabilidade do andar.

Para melhorar a mobilidade do robot, dever-se-ão adicionar novas juntas a ambas as

estruturas.



# Apêndice A

## Estrutura Joelhos de Revolução

### A.1 Matrizes de Transformação

$${}^c_1T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{W}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & L_1 \\ -\sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & L_2 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$${}^c_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{W}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & L_1 \\ -\sin \theta_5 & -\cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & L_2 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

## A.2 Equações da Cinemática Inversa

A matriz que relaciona o referencial do pé com o referencial da cintura, referencial da base do bípede, é A.7.

$${}^C_3T = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & P_x \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ com} \quad \begin{aligned} \psi &= \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 \\ P_x &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ P_y &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

As variáveis cartesianas estão no referencial do mundo. Desta forma é necessário convertê-las no referencial da cintura do bípede. A transformação utilizada é (A.8), em que  $\theta_r$  é o ângulo de rotação da cintura e  $X_c, Y_c$  e  $z_c$ , as coordenadas da cintura no referencial do mundo.

$${}^C_0T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & X_c \\ \sin(\theta_r) & 0 & \cos(\theta_r) & Y_c \\ -\cos(\theta_r) & 0 & -\sin(\theta_r) & Z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Em (A.8), as coordenadas da cintura dependem de qual é a perna de suporte, e são dadas por (A.9).

$$\left\{ \begin{array}{l} X_c = -\sin(\theta_1)L_1 - \sin(\theta_1 - \theta_2)L_2 \\ Y_c = \frac{(L_p(1-\cos(\theta_r)))}{2} + W(\cos(\theta_r) - 1) - d_2\cos(\theta_3)\sin(\theta_r) \\ Z_c = -\frac{\sin(\theta_r)(W-L_p)}{2} + L_1\cos(\theta_r)\cos(\theta_2 + \theta_3) + L_2\cos(\theta_r)\cos(\theta_3) \end{array} \right. \quad (\text{A.9})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_c = -\sin(\theta_4)L_1 - \sin(\theta_4 - \theta_5)L_2 \\ Y_c = \frac{(\cos(\theta_r)-1)(W-L_p)}{2} - L_1\sin(\theta_r)\cos(\theta_5 + \theta_6) - L_2\sin(\theta_r)\cos(\theta_6) \quad , \text{ se perna direita} \\ Z_c = -\frac{\sin(\theta_r)(W-L_p)}{2} + L_1\cos(\theta_r)\cos(\theta_5 + \theta_6) + L_2\cos(\theta_r)\cos(\theta_6) \end{array} \right.$$

A cinemática inversa é dada por:

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{P_x^2 + P_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right) \quad (\text{A.10})$$

$$\sin \theta_1 = \frac{L_2 \sin \theta_2 P_x + P_y(L_1 + L_2 \sin \theta_2)}{L_1^2 + 2L_1L_2 \cos \theta_2 + L_2^2}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{(L_1 + L_2 \cos \theta_2)P_x - P_y L_2 \sin \theta_2}{L_1^2 + 2L_1L_2 \cos \theta_2 + L_2^2} \quad (\text{A.11})$$

$$\theta_1 = \arctan 2(\sin \theta_1, \cos \theta_1)$$

O valor de  $\theta_3$  é calculado a partir da figura 3.3. Assim:

$$\alpha = -\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (\text{A.12})$$

$$\theta_3 = \theta_1 - \theta_2 + \alpha$$

A única singularidade da cinemática inversa prende-se com o facto da perna ter um comprimento fixo e portanto, não são permitidas soluções em que se coloca o tornozelo fora da circunferência de raio  $r = L_1 + L_2$ .



# Apêndice B

## Estrutura com Joelhos Prismáticos

### B.1 Matrizes de Transformação

$${}^1_1T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{W}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$${}^2_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{W}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

## B.2 Equações da Cinemática Inversa

A transformação geral entre o referencial cintura e o pé é dada pela transformação B.7.

$${}^C_3T = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & P_x \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ com} \quad \begin{aligned} \psi &= \theta_1 - \theta_3 \\ P_x &= d_2 \sin \theta_1 \\ P_y &= -d_2 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Novamente, como as variáveis cartesianas estão no referencial do mundo é necessário convertê-las para o referencial da cintura do bípede. A transformação utilizada é B.8, em que  $\theta_r$  é o ângulo de rotação da cintura e  $X_c$ ,  $Y_c$  e  $Z_c$  são as coordenadas da cintura no mundo.

$${}^C_0T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_c \\ 0 & -\sin(\theta_r) & -\cos(\theta_r) & Y_c \\ 0 & \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) & Z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Em (B.8), as coordenadas da cintura dependem de qual é a perna de suporte, e são dadas por (B.9).

$$\begin{cases} X_c = -d_2 \sin(\theta_1) \\ Y_c = \frac{(\cos(\theta_r)-1)(W-L_p)}{2} - L_1 \sin(\theta_r) \cos(\theta_2 + \theta_3) - L_2 \sin(\theta_r) \cos(\theta_3) \quad , \text{ se perna esquerda} \\ Z_c = \frac{\sin(\theta_r)(W-L_p)}{2} + d_2 \cos(\theta_3) \cos(\theta_r) \end{cases} \quad (B.9)$$

$$\begin{cases} X_c = -d_5 \sin(\theta_4) \\ Y_c = \frac{L_p(\cos(\theta_r)-1)}{2} + W(1 - \cos(\theta_r)) - d_5 \cos(\theta_6) \sin(\theta_r) \quad , \text{ se perna direita} \\ Z_c = -\frac{\sin(\theta_r)(W-L_p)}{2} + d_5 \cos(\theta_6) \cos(\theta_r) \end{cases}$$

A cinemática inversa é dada por:

$$d_2 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad (B.10)$$

$$\theta_1 = \arctan 2\left(\frac{P_x}{d_2}, \frac{-P_y}{d_2}\right) \quad (B.11)$$

O valor de  $\theta_3$  é calculado da mesma forma que para o caso com joelhos de revolução, porque os sentidos dos ângulos se mantêm. Assim:

$$\alpha = -\theta_1 + \theta_3 \quad (B.12)$$

$$\theta_3 = \theta_1 + \alpha$$

Nesta estrutura não existem singularidades na cinemática inversa pois assume-se que as juntas do joelho,  $d_2$  e  $d_5$ , podem aumentar livremente. Não se está a considerar o caso em que se pretende levar a junta do joelho para um valor nulo, pois essa situação não chega a ocorrer na prática.



# Apêndice C

## Exemplos do Ponto $F$

Neste apêndice são representadas configurações do sistema usado para se obter o ponto  $F$ , de modo a se obter uma melhor compreensão do seu significado. As equações da localização no plano do ponto  $F$  estão repetidas em (C.1).

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{P_x m_1 g + M_2 (L_z a_x + L_x (g - a_z)) - \tau_y}{m_1 g + m_2 (g - a_z)} \\ F_y &= \frac{P_y m_1 g + M_2 (L_z a_y + L_y (g - a_z)) + \tau_x}{m_1 g + m_2 (g - a_z)} \end{aligned} \tag{C.1}$$

### C.1 Configuração Estacionária

Na figura C.1 está representado o sistema, numa configuração estacionária. Não está nenhum binário aplicado no tornozelo e a massa da ponta está em repouso. Para esta situação, a localização do ponto  $F$  reduz-se a (C.2).

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{P_x m_1 + L_x m_2}{m_1 + m_2} \\ F_y &= \frac{P_y m_1 + L_y m_2}{m_1 + m_2} \end{aligned} \tag{C.2}$$

Ou seja, numa situação estacionária o ponto  $F$  é coincidente com a projecção do centro de massa do sistema no plano, ponto  $C$  na figura C.1. Se o ponto  $F$  sair fora do polígono de suporte então o robot fica numa situação instável e a distância à fronteira do polígono de suporte é uma medida do grau de instabilidade. Portanto, numa situação estacionária o ponto  $F$  é equivalente às medidas de estabilidade estáticas.

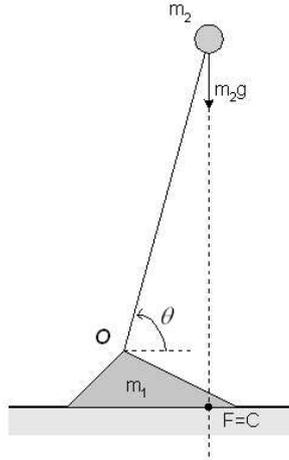


Figura C.1: Situação estacionária

## C.2 Configuração Dinâmica Estável

Nesta situação, representada pela figura C.2, existe um binário aplicado no tornozelo,  $\tau$ , e a massa da ponta possui uma aceleração não nula. O binário aplicado apenas tem componente segundo  $Y$ ,  $\tau = [0 \ \tau_y \ 0]^t$ , e a aceleração da massa da ponta tem a forma:  $A = [-A_x \ 0 \ 0]^t$ .

Nesta configuração, a localização do ponto  $F$  é dada pelas equações (C.3).

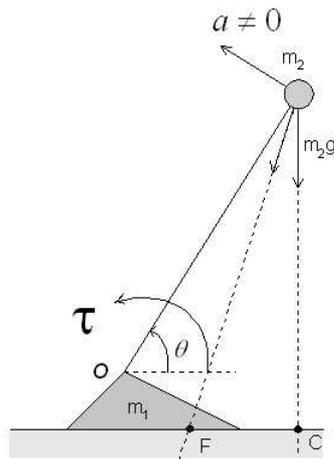


Figura C.2: Situação dinâmica estável

$$F_x = \frac{F_x m_1 g + L_x m_2 - m_2 L_z A_x - \tau_y}{g(m_1 + m_2)} = C_x - \frac{m_2 L_z A_x + \tau_y}{g(m_1 + m_2)} \quad (C.3)$$

$$F_y = \frac{F_y m_1 + L_y m_2}{m_1 + m_2}$$

Apesar de na figura C.2 a projecção do centro de massa, ponto  $C$ , estar localizado fora do polígono de suporte a configuração é estável pois o ponto  $F$  está localizado dentro do polígono de suporte. Para que a situação seja estável é necessário aplicar um binário,  $\tau_y$ , proporcional à distância entre a projecção do centro de massa e a fronteira do polígono de suporte. Também se pode notar que quanto mais inclinado estiver o robot, menor  $L_z$ , maior terá que ser o binário  $\tau_y$  para que se esteja numa configuração estável.

Nesta situação aparece mais uma vantagem do ponto  $F$  sobre o ZMP, pois o ponto  $F$  permite não só quantificar a instabilidade mas também o binário necessário para permanecer ou voltar a uma configuração estável.

### C.3 Configuração Dinâmica Instável

Este último exemplo está representado na figura C.3. Nesta situação existe um binário aplicado no tornozelo,  $\tau = [0 \ \tau_y \ 0]^t$ , e a aceleração da massa da ponta é nula. As coordenadas do ponto  $F$  são expressas por (C.4).

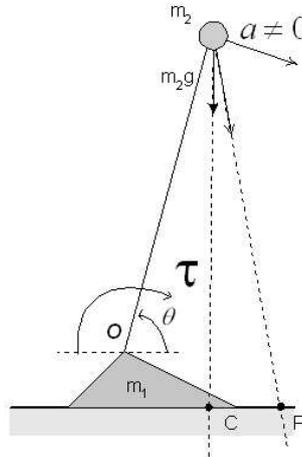


Figura C.3: Situação dinâmica instável

$$F_x = \frac{P_x m_1 g + L_x m_2 - \tau_y}{g(m_1 + m_2)} = C_x - \frac{\tau_y}{g(m_1 + m_2)} \quad (C.4)$$

$$F_y = \frac{P_y m_1 + L_y m_2}{m_1 + m_2}$$

Neste exemplo, apesar de a projecção do centro de massa estar situada dentro do polígono de suporte, a configuração não é estável pois o ponto  $F$  não está dentro do polígono

de suporte. Das equações (C.4), o afastamento do ponto  $F$  do polígono de suporte é proporcional ao binário aplicado,  $\tau_y$ .

## C.4 Conclusões

Com estes exemplos pretendeu-se mostrar a possível utilização do ponto  $F$ . A localização deste ponto relativamente ao polígono de suporte pode ser usada para verificar a estabilidade da configuração actual do robot bípede. Se o ponto estiver localizado dentro do polígono de suporte, a configuração actual é estável. Se estiver localizado fora do polígono de suporte a configuração é instável e a distância para a fronteira do polígono de suporte quantifica a instabilidade da configuração.

No entanto as duas maiores vantagens devem-se ao facto de levar em conta o binário aplicado na junta do joelho e a aceleração do centro de massa do robot. A localização do ponto  $F$  torna possível quantificar o binário necessário para se manter ou retornar a configurações de estáveis. Também torna possível quantificar o binário que leva a uma configuração instável.

Usando a localização do ponto  $F$ , poderá ser possível desenhar um controlo de alto nível que tomando em consideração as limitações dos actuadores, mantenha um andar estável.

# Apêndice D

## Derivação de Algumas Expressões

Neste apêndice são derivadas algumas das expressões utilizadas neste trabalho.

### D.1 Coordenadas do Ponto $F$

De acordo com a figura 5.8, a soma dos momentos em torno do ponto  $F$  resulta em (D.1).

$$\vec{FP} \times m_1 \vec{g} + \vec{FL} \times m_2(\vec{a} + \vec{g}) - \tau = 0 \quad (\text{D.1})$$

Desenvolvendo (D.1) em  $X$  e  $Y$ , e sabendo que  $F_z = 0$  pois o ponto  $F$  está localizado no chão, resulta em (D.2).

$$\begin{aligned} X : \quad & gFP_y m_1 + m_2(FL_y a_z - FL_z a_y) + m_2 g FL_y - \tau_x = 0 \\ Y : \quad & -FP_x m_1 g - FL_x a_z m_2 + m_2 FL_z a_x - m_2 g FL_x - \tau_y = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Utilizando (D.3) e substituindo em (D.2) obtém-se a localização do ponto  $F$  no chão, dada por (D.4).

$$\begin{aligned} FP_x &= P_x - F_x \\ FP_y &= P_y - F_y \end{aligned} \tag{D.3}$$

$$FL_x = L_x - F_x$$

$$FL_y = L_y - F_y$$

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{P_x m_1 g + M_2 (L_z a_x + L_x (g - a_z)) - \tau_y}{m_1 g + m_2 (g - a_z)} \\ F_y &= \frac{P_y m_1 g + M_2 (L_z a_y + L_y (g - a_z)) + \tau_x}{m_1 g + m_2 (g - a_z)} \end{aligned} \tag{D.4}$$

## D.2 Modelação da Rotação do Corpo do Robot

De acordo com a figura 4.5, o centro de massa do robot vai rodar em torno da parte interior do pé de apoio. Assume-se que o robot roda em torno do mesmo ponto durante a queda e que o pé não derrapa. O binário a actuar no centro de massa é (D.5).

$$\tau = \vec{L} \times M \vec{G} \tag{D.5}$$

O centro de massa do robot sofre uma aceleração angular que depende do binário em (D.5) e também do seu momento de inércia,  $I = \|L\|^2 M$ . Estas grandezas estão relacionadas por (D.6).

$$\tau = I \ddot{\theta}_r \tag{D.6}$$

Utilizando (D.6), e sabendo que o robot roda segundo  $X_0$  e que  $\vec{G} = -g \vec{e}_z^\lambda$ , determina-se a aceleração angular da cintura do robot, (D.7).

$$\ddot{\theta}_r = -\frac{L_y g}{\|L\|^2} \tag{D.7}$$

### D.3 Reacção Normal do Chão

Utilizando a figura 6.2, e admitindo que não existem binários exteriores a actuar sobre o robot, que este está em equilíbrio estático e que a única força actuar sobre o centro de massa é a força gravítica obtém-se (D.8).

$$\begin{cases} \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = M\vec{g} \\ \vec{L}_2 \times \vec{R}_2 + \vec{L}_1 \times \vec{R}_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{D.8})$$

A força que se pretende determinar é  $\vec{R}_2$ , a reacção normal no pé de balanço. Assim, explicitando (D.8) em função de  $\vec{R}_2$  e utilizando  $\vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$ , chega-se a (D.9).

$$\vec{L} \times \vec{R}_2 + \vec{L}_1 \times M\vec{g} = 0 \quad (\text{D.9})$$

Separando (D.9) nas componentes  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  obtém-se a expressão para a reacção normal do chão na perna de balanço (D.10), pois  $R_2$  apenas tem componente segundo  $Z$ .

$$R_2 = \frac{{}^1L_y g M}{L_y} \quad (\text{D.10})$$

### D.4 Expressão do termo de Robustez no Controlador Particionado

Seja  $n$  o número de juntas,  $\xi = [\tilde{\theta} \quad \dot{\tilde{\theta}}]^T$  o vector de estados do erro do controlador,  $Q$  uma matriz  $2n \times 2n$  simétrica positiva definida e  $D = [0I]^T$  uma matriz  $2n \times n$ . O termo  $w$ , da lei de controlo particionado é na forma de (D.11), em que  $z = D^T Q \xi$ .

$$w = \begin{cases} \frac{\rho}{\|z\|} z & \text{se } \|z\| \geq \epsilon \\ \frac{\rho}{\epsilon} z & \text{se } \|z\| < \epsilon \end{cases} \quad (\text{D.11})$$

Esta lei de controlo, (D.11), não garante a convergência do erro para zero mas garante que o erro é limitado. Para reduzir a norma do erro, basta diminuir  $\xi$  até ao valor desejado,

que tem no entanto a desvantagem de introduzir comutação de alta frequência. O termo  $\rho$  é uma constante que depende do grau de confiança na modelação do sistema.

A matriz  $Q$  deve de ser simétrica e positiva definida, e também verificar (D.12)

$$\tilde{H}^T Q + Q \tilde{H} = -P \quad (\text{D.12})$$

Em (D.12),  $P$  é uma matriz  $2n \times 2n$  simétrica positiva-definida qualquer, e  $\tilde{H}$  é uma matriz  $2n \times 2n$  com a forma (D.13). Em (D.13),  $K_p = \text{diag}\{\omega_n^2, \dots, \omega_n^2\}$  e  $K_v = \text{diag}\{2\xi\omega_n, \dots, 2\xi\omega_n\}$ , são duas matrizes  $n \times n$  simétricas e positivas definidas que regulam o comportamento dinâmico do erro na ausência de erros de modelação.

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix} \quad (\text{D.13})$$

Para resolver (D.13) em ordem a  $Q$ , assume-se que  $Q$  é na forma (D.14), com  $Q_i$   $n \times n$ , e que  $P$  é a matriz simétrica e positiva definida dada por (D.15).

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_3 & Q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{D.14})$$

$$P = \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (\text{D.15})$$

Resolvendo a equação (D.12) em ordem a  $Q$ , obtém-se (D.16), que é uma matriz simétrica e positiva definida.

$$\begin{cases} Q_3 = \frac{I}{2} \\ Q_2 = \frac{I}{2} \\ Q_1 = \frac{K_v}{2} + K_v^{-1} K_p \\ Q_4 = K_v^{-1} \end{cases} \quad (\text{D.16})$$

# Bibliografia

- [1] E. Lucas, "Huitieme recreation -la machine a marcher", *Recreations Mathematiques*, vol. 4, pp. 198-204, 1894.
- [2] Shuunji Kajita, Kazuo Tani and Akira Kobayashi: Dynamic walk control of a biped robot along the potencial energy conserving orbit. IROS, 1990
- [3] Youji Nakajima, akira Yonemura and Atsuo Kawamura: Experimental Approach for the fast walking by the biped walking robot MARI-1. AMC, 2000
- [4] Ching-Long Shi: Ascending and descending stairs for a biped robot. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, vol. 29, n°3, May
- [5] Atsuo Takanishi, Hun-ok Lim, Masayuki Tsuda and Ichiro Kato: Realization of dynamic biped walking stabilized by trunk motion on a sagittally uneven surface. IROS, 1990
- [6] Atsuo Takanishi, Tomoaki Takeya, Hideyuki Karaki and Ichiro Kato: A control method for dynamic biped walking under unknown external force. IROS, 1990
- [7] Fred R. Sias, Jr. and Yuan F. Zheng: How many degrees of freedom does a biped need?. IROS, 1990
- [8] Steven H. Collins, Martjin Wisse, Andy Ruina: A 3-D Passive-dynamic Walking Robot with two Legs and Knees. *Int. Journal of Robotics Research*, July 18, 2001
- [9] J. Pratt, G. Pratt: Exploiting Natural Dynamics in the Control of a 3D Bipedal Walking Simulation. *CLAWAR99*, September 1999
- [10] K.S. Fu, Gonzalez and Lee: *Robotics, control sensing, vision and Inteligence*. McGraww-Hill

- [11] C. Chanchai, C. Prabhas: Automatic synthesis of robot programs for a biped static walker by evolution computation. 2nd Asian Symposium on Industrial Automation and Robotics, May 17-18, 2001
- [12] Ambarish Goswami: Postural stability of biped robots and the foot rotation indicator point. International Journal of Robotics Research, Vol. 18, No. 6, 1999.
- [13] Yasutaka Fujimoto and Atsuo Kawamura: Simulation of an autonomous biped walking robot including environmental force interaction. IEEE Robotics and Automation Magazine, June 1998.
- [14] John Craig: Introduction to robotics, Mechanics and Control, 2nd ed. Addison-Wesley, Toronto 1989
- [15] Braddy, Hollerbach, Lozano-Pérez and Mason: Robot motion, Planning and Control. The MIT Press 1984
- [16] J. Pratt and G. Pratt: Intuitive control of a planar bipede walking robot. Proceedings of the 1998 ICRA, Belgium
- [17] Mariano Garcia, Anindya Charterjee, Andy Ruina and Michael Coleman: The simplest walking model: stability, complexity and scaling. ASME Journal of Biomechanical Engineering, April 1998
- [18] G. Pratt: Legged robots at MIT: what's new since Raibert. IEEE Robotics and Automation, September, 2000
- [19] Eturoo Igarishi and Tooru Nogai: Dynamic analysis and control of biped locomotion in the double supporting phase. Advanced Robotics, Vol. 6, n° 3, 1992
- [20] J. Pratt, P. Dilworth, G. Pratt: Virtual model control of a biped walking robot. Proceedings of ICRA'97, 1997
- [21] Carlos Canudas de Wit, Bruno Siciliano and Georges Bastin: Theory of Robot Control. Springer, 2<sup>nd</sup> edition, 1997
- [22] François Faure, Gilles Debunne, Marie-Paule Cani-Gascuel, Franck Multon: Dynamic analysis of human walking. Unpublished
- [23] Gill A. Pratt: Legged Robots at MIT: What's new since Raibert. IEEE Robotics and Automation Magazine, September 2000
- [24] Nelson Gonçalves, Pedro Silva: Path Planning and Following for a Biped Robot. June 2002, Unpublished.